

Materiales Curriculares

Matemática

Educación Secundaria -CICLO BÁSICO-
2009 *Versión Preliminar*

Subsecretaría de Educación
Subsecretaría de Coordinación
MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACIÓN



GOBIERNO DE LA PAMPA

NÓMINA DE AUTORIDADES

Gobernador de la Provincia de La Pampa

Cdor. Oscar Mario JORGE

Vicegobernador

Cdor. Luis Alberto CAMPO

Ministro de Cultura y Educación

Prof. Néstor Anselmo TORRES

Subsecretario de Educación

Prof. Leopoldo Rodolfo ABOY

Subsecretaria de Coordinación

Prof. Mónica DELL ACQUA

Directora General de Educación Polimodal y Superior

Ing. Marta Edit LLUCH

Directora General de Planeamiento, Evaluación y Control de Gestión

Lic. Jacqueline Mohair EVANGELISTA

EQUIPO DE TRABAJO

Coordinación:

Arcuri, Susana
Echeverría, Luis
Molinelli, Lilian
Weis, Adriana
Moslares, María Angélica

Espacio Curriculares:

Lengua y Literatura

Molinelli, Lilian
Sánchez, Norberto
Barón, Griselda
Colaboradores:
González, Adriana
Togachinsky, Claudia

Matemática

Citzenmaier, Fany
Zanín, Pablo
Colaboradores:
Castro, Nora
Comerón, Alicia

Biología

Galotti, Lucía
Andreoli, Nora
Lambrecht, Carmen
Iuliano, Carmen
Sauré, Agustina

Química y Física

Galotti, Lucía
Andreoli, Nora
Lambrecht, Carmen
Iuliano, Carmen
Sauré, Agustina
Colaboradores:
Ferri, Gustavo

Historia

Feuerschvenger, Marcela
Vermeulen, Silvia

Geografía

Varela, Liliana
Leduc, Stella
Colaboradores:
Battaglia, María Amelia
Martín, Elina

Construcción de Ciudadanía

Echeverría, Luis
Feuerschvenger, Marcela
Raiburn, Lorena
Colaboradores:
Rivas, Mabel

Educación Artística

Burke, Graciela
Mansilla, Verónica
Colaboradores:
Figueroa, Mónica

Lengua Extranjera: Inglés

Braun Estela
Cabral Vanesa

Educación Física

Carral, María Fernanda
Castel, Marcela
Crespo, Patricia
Doba, Alejandra
Franco, Ma. Silvana
Krivzov, Fabio
Tejeda, Lilia
Zabaleta, Marina
Colaboradores:
González, Stella
López, Enrique
Germán Libois
Silvia Martinez

***Taller de Orientación y
Estrategias de Aprendizaje***

Echeverría Luis
Melich Analía
Muñoz de Toro Alicia

Diseño de portada:

Mazzaferro Marina

Documentos Portables, Publicación Web y CD-ROM:

Bagatto, Dante Ezequiel
Fernández, Roberto Ángel
Llomet, Silvina Andrea
Mielgo, Valeria Liz
Ortiz, Luciano Marcos Germán
Vicens de León, Emiliano Darío

Estimados docentes:

Acercamos a ustedes la Versión Preliminar de los Materiales Curriculares para el Ciclo Básico de la Educación Secundaria.

Dichos materiales han sido construidos a través de un proceso colaborativo que incluyó, en primera instancia, la elaboración de borradores de los espacios curriculares contemplados para este ciclo, por referentes del Área de Desarrollo Curricular.

Con posterioridad se habilitaron mesas curriculares para la discusión y validación de esos borradores. Participaron de este proceso colaborativo referentes de instituciones del ámbito público y privado: docentes de instituciones del actual 3º ciclo de la EGB y Nivel Polimodal de la jurisdicción, de la Universidad Nacional de La Pampa (UNLPam), de la Unión de Trabajadores de la Educación de La Pampa (UTELPA), del Sindicato Argentino de Docentes Privados (SADOP), de la Asociación de Maestros de Escuelas Técnicas (AMET), de consejos profesionales y de los Institutos de Formación Docente (IFD).

Los materiales puestos a discusión fueron construidos teniendo como documento marco los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) reconocidos y aprobados por todos los ministros que conforman el Consejo Federal de Cultura y Educación, además de, contemplar los avances y definiciones logradas en la jurisdicción hasta el momento. Tal como se sostiene en los NAP (2006) “...los aprendizajes prioritarios actuarán como referentes y estructurantes de la tarea docente. Es en este sentido que se resignifica la enseñanza como la función específica de la escuela. Para que tan compleja tarea pueda cumplirse en la dirección que señalan las intenciones educativas, es preciso generar y sostener condiciones de trabajo que permitan asumir plenamente esa función. Se hace necesario reposicionar al docente como agente fundamental en la transmisión y recreación de la cultura, construyendo entre escuela y sociedad un nuevo contrato de legitimidad, con garantía del logro de aprendizajes socialmente válidos para nuestros alumnos...”

Es intención que la apropiación de estos materiales se efectivice gradualmente, a partir del ciclo lectivo 2010, acompañando la implementación del Ciclo Básico de la Educación Secundaria.

La recreación de estos materiales en las instituciones educativas, permitirá intervenciones oportunas y pertinentes. Al mismo tiempo, favorecerá su apropiación y la incorporación de

los aportes de los docentes, verdaderos promotores de cambios en los procesos de enseñanza.

Los materiales se presentan separados por espacio curricular. Todos incluyen: una fundamentación del espacio curricular, que da cuenta del enfoque propuesto y el marco teórico que lo avala; objetivos generales que explicitan las intencionalidades que se persiguen para el aprendizaje, de alumnos y alumnas; una justificación de cada uno de los ejes que se contemplan en el espacio curricular saberes a enseñar y aprender en cada uno de los años del Ciclo Básico Obligatorio orientaciones que guían al docente en relación con la toma de decisiones, al momento de enseñar.

Esperamos, de este modo, llegar a ustedes con un material cuyo principal objetivo será actuar al interior del sistema educativo provincial, dando cohesión, creando igualdad de acceso a los conocimientos que se construyan y condiciones equitativas que permitan “... una educación de calidad con igualdad de oportunidades y posibilidades, para el logro de la inclusión plena de todos/as los/as habitantes sin inequidades sociales ni desequilibrios regionales...” (Ley Provincial de Educación - Provincia de La Pampa N° 2511/09, Art 13. Capítulo II: Fines y Objetivos de la Política Educativa).

**MATERIALES CURRICULARES
PARA EL PRIMER, SEGUNDO Y TERCER AÑO DEL
CICLO BÁSICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA**

MATEMÁTICA

ÍNDICE	Página
Nómina de Autoridades	i
Equipo de Trabajo	ii
Presentación	iv
Materiales Curriculares	vi
Fundamentación	1
Objetivos generales para el Ciclo Básico	7
Ejes que estructuran el espacio curricular	8
Saberes seleccionados	
Primer año	15
Bibliografía	20
Segundo año	21
Bibliografía	27
Tercer año	26
Bibliografía	31
Glosario de los términos usados con frecuencia	32
Orientaciones didácticas	33
Mesas de Validación	viii

FUNDAMENTACIÓN

La Matemática, como espacio curricular en el nivel secundario, implica pensar qué debe enseñarse, qué se aspira que aprendan los alumnos, y de qué manera se crearán las condiciones pedagógicas y materiales para acceder a esos conocimientos.

Esto configura una situación que dificulta la toma de decisiones en el momento de construir una propuesta curricular porque la complejidad de la educación matemática tensiona en forma permanente: por un lado, la matemática como disciplina científica, y por otro, las condiciones institucionales en las que la actividad de producción de la clase deberá insertarse.

Esta dialéctica nos ubica en una perspectiva que considera la matemática como un producto cultural y social: cultural, porque está permeada por las concepciones de la sociedad emergente y por el condicionamiento de la comunidad de matemáticos e investigadores en un determinado contexto histórico; y es un producto social porque la matemática es el resultado de la interacción entre los individuos, y por eso da lugar al planteo de nuevos problemas que, visualizados por otros, en la comunidad matemática, conlleva a la validación de nuevas reglas. Esto conduce a pensar que la idea de rigor matemático cambia con el tiempo.

Los procesos de actualización curricular

Diferentes trabajos de diagnóstico e intervención llevados a cabo durante los últimos años¹, sumados al relevamiento de las diversidades y la fragmentación de las propuestas curriculares de las jurisdicciones, permitieron efectuar un análisis de la oferta curricular actual y de las principales preocupaciones ligadas al desarrollo de los procesos de enseñanza en las escuelas.

Este análisis ha puesto de manifiesto la coexistencia de criterios que orientan de una manera totalmente diferente la organización y selección de contenidos de este espacio curricular. Esto reviste dos planos de dificultad: el de los alumnos, porque no es posible garantizarles ciertos parámetros comunes para su formación; y el de los docentes, porque dificulta el intercambio y la comunicación de experiencias pedagógicas.

¹ Investigaciones realizadas por el IIPE a nivel nacional

Si bien históricamente en este espacio curricular el índice de fracaso es elevado, hoy no sólo responde a una cuestión curricular y de origen didáctico, sino también a factores contextuales que requieren la redefinición de los propósitos formativos, provocando un estado de situación complejo y de difícil abordaje.

Para dar respuesta a estas problemáticas, el CFCE aprobó los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios, ratificados por la Ley de Educación Nacional. Éstos, junto a los materiales curriculares de la jurisdicción, confirman los insumos para la elaboración de este documento.

Propósitos de la propuesta curricular

Definir saberes en este complejo contexto, exige una toma de posición acerca de las finalidades formativas específicas del nivel. En este sentido, es necesario considerar que la etapa inicial de la educación secundaria debe brindar a los alumnos una formación general que garantice el acceso a las principales formas culturales de la comunidad, además de una actitud responsable hacia cuestiones ambientales, del consumidor y de la salud.

En su carácter propedéutico, deberá ofrecer conocimientos y formas de trabajo que garanticen una preparación adecuada para continuar en el ciclo orientado.

Los avances tecnológicos afectan a la sociedad y a la educación, tanto y con tanta rapidez que sus consecuencias en un futuro próximo son impredecibles. Por ello es necesario incorporar -en la medida de lo posible- en el curriculum de Matemática, el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras y programas informáticos) que resulten adecuados para el desarrollo de determinados procedimientos rutinarios, en la interpretación y análisis de situaciones diversas vinculadas con los números, el álgebra, el análisis funcional o la estadística, así como en la resolución práctica de numerosas situaciones problemáticas relacionadas con la naturaleza, la tecnología o, simplemente, con la vida cotidiana.

En este aspecto, la visualización de los desarrollos previos a las soluciones y la obtención de éstas con la aplicación de determinados software, incentivan a los estudiantes a utilizar las herramientas tecnológicas como un importante recurso complementario.

El desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, y, en particular, la utilización de distintos programas, facilita la representación múltiple de conceptos matemáticos, promoviendo la articulación entre sus diferentes representaciones, y permitiendo la construcción de significados al abordar distintas situaciones problemáticas.

No obstante estas nuevas tecnologías no deben reemplazar, sino acompañar, las tareas de medición, estimación, discusión, intercambio y defensa de ideas; producción de algoritmos y razonamientos propios, que se desarrollan en el aula con la guía del docente.

Construir un saber en Matemática

- *Saber y saber hacer*

No ha sido una cuestión menor, desde la pedagogía, la discusión sobre el significado de estas palabras. El saber hacer -dominio práctico- sería la explicitación visible de los saberes y, en definitiva, el saber y el saber hacer son de interés limitado el uno sin el otro.

Particularmente en Matemática, el aprendizaje de cierto saber hacer puede efectuarse con economía si se dispone del saber. Un saber deberá ser móvil para producir un saber hacer. Entonces, el “plus” que la institución escolar ofrece toma sentido cuando el objeto de enseñanza es el saber.

En la construcción de ese saber intervienen, de manera primordial, las respuestas de los alumnos frente a una situación problemática planteada, la confrontación de ideas, su defensa, la validación de los procedimientos utilizados argumentando acerca de lo que se cree justo y permitiendo hacer evolucionar las concepciones de todos. Durante el debate, cada alumno defiende su razón, toma conciencia de otras razones, escucha a sus compañeros y esto le permite progresar en sus representaciones. Es tarea del docente generar una adecuada secuencia de situaciones problemáticas y una eficaz intervención que permita el desarrollo de un trabajo matemático en la clase, recuperando las producciones de los alumnos, los procedimientos más efectivos y económicos, el rol del error como paso necesario en la construcción de un saber.

Esta forma de construcción del conocimiento otorga sentido al saber; además es significativa, de constante evolución y permite cambiar los puntos de vista. Su sentido no está dado por el profesor ni el contenido en su palabra: es construido por los alumnos.

El enfoque propuesto requiere de un marco de enseñanza que incluya los siguientes aspectos:

- la relación entre el conocimiento matemático y los problemas;
- la cohesión interna de la disciplina;
- la potencia modelizadora de la Matemática.

- *Conocimiento matemático y problemas*

Tal como se expresa inicialmente, la Matemática es una ciencia en constante evolución. En esta construcción han tenido un rol fundamental los problemas de distinto tipo. El objeto de éstos es producir nuevos conocimientos en los alumnos y debatir para validarlos o no, como respuestas a los interrogantes formulados.

Desde este enfoque, saber Matemática requiere dominar los conocimientos de la disciplina para utilizarlos en la resolución de problemas, para definirlos/redefinirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Entonces, a través de la resolución de problemas y de la reflexión sobre éstos, se promueve la construcción de sentido a través de un trabajo matemático por parte del que aprende. Esto supone:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado a través de la vinculación de lo que quiere resolver con lo que ya sabe, planteándose nuevas preguntas.
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros, considerando que el error y las exploraciones son instancias necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.

- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer conjeturas, formularlas, comprobarlas, mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra, según su adecuación a la situación planteada.

- *La evaluación en el Área de Matemática*

En la actualidad los cambios curriculares en el área están ligados a la capacidad de resolver problemas, al razonamiento, a las formas de pensamiento de mayor nivel - argumentaciones, producciones personales-, a la comunicación matemática, y a las actitudes positivas y críticas sobre el uso de las herramientas matemáticas. Estos cambios deben observarse también en la concepción de evaluación.

Desde este enfoque, la evaluación en matemática se concibe como el proceso de reunir evidencia acerca del conocimiento de los estudiantes para hacer inferencias con una variedad de propósitos (la acreditación de los alumnos, la decisión que debe tomar el docente de avanzar o retroceder en la enseñanza de acuerdo con los obstáculos que haya detectado en sus alumnos, entre otros).

La evaluación forma parte del currículum y vincula el currículum prescripto con el real. Además no tiene razón de ser si no queda claro como puede y debe ser usada para mejorar los aprendizajes.

- *La cohesión interna de la disciplina*

El desarrollo de la Matemática ha generado un cuerpo teórico cohesionado, es decir que todas las partes se relacionan en un todo sin contradicciones. Entonces, un concepto no puede tener distintos significados en distintos contextos.

Particularmente, en el ámbito escolar los contextos pueden ser intra o extra matemáticos. Por ejemplo, cuando a partir del precio unitario de un artículo es posible calcular varios de la misma clase, aplicamos en un contexto no matemático, una propiedad de la proporcionalidad. En cambio, si se hace referencia “al doble el doble” entre el conjunto de partida y de llegada en una relación, se trata de un contexto matemático.

En ambos casos, la proporcionalidad es el instrumento que resuelve el problema: la noción está contextualizada y funciona en casos particulares. Finalmente, se reconocerá el conocimiento que se usó, como instrumento de resolución independiente del contexto y coherente desde la labor matemática, avanzando en la construcción del sentido.

- *La potencia modelizadora de la disciplina*

El término “modelo” no es utilizado en su sentido más difundido, como algo a imitar o a seguir, sino como una forma particular de representar la realidad.

Cuando se les propone a los alumnos la resolución de un conjunto secuenciado de problemas, realizan una interpretación a partir de su lectura, identifican cuáles son las incógnitas, cuáles los datos que necesitan para averiguarlas y determinan la forma más favorable para modelizar la situación.

Para esto se requiere un tipo de trabajo matemático en el aula, donde el docente presente el o los problemas; los alumnos los resuelvan, intercambien y den razones sobre la validez de sus estrategias. Además, propondrá una organización de la clase que permita mostrar la diversidad de las producciones, así como los errores y aciertos, tratando de internalizar que la Matemática es una ciencia cuyos resultados se obtienen como consecuencia necesaria de ciertas relaciones que, aplicadas a diferentes contextos, permitirán crear “el modelo matemático”, descontextualizado, para que pueda ser transferido y reinterpretado en otros contextos.

OBJETIVOS GENERALES PARA EL CICLO BASICO

- ✓ Producir y analizar situaciones problemáticas que permitan la construcción de modelos matemáticos para la interpretación de la realidad.
- ✓ Identificar, analizar y evaluar los componentes de una situación problemática para anticipar su solución como resultado de la aplicación de relaciones matemáticas.
- ✓ Confiar en las propias posibilidades para resolver problemas, formularse interrogantes, comparar las producciones realizadas, su validación y adecuación a la situación planteada, interpretando las diferentes formas de presentar la información, pudiendo pasar de una representación a otra.
- ✓ Considerar ideas y opiniones propias y de otros, debatir y elaborar conjeturas, afirmaciones y conclusiones, avanzando desde argumentaciones empíricas hacia otras más generales, aceptando que el error es propio de todo proceso de aprendizaje.
- ✓ Reflexionar sobre el propio proceso de aprendizaje para reconocer y relacionar los saberes adquiridos.
- ✓ Implicarse en propuestas pedagógicas colectivas desde un rol activo y protagónico.

EJES QUE ESTRUCTURAN EL ESPACIO CURRICULAR

Con el propósito de presentar los saberes² a enseñar y aprender en este ciclo, se han establecido ejes que permiten agrupar, organizar y secuenciar anualmente esos saberes, atendiendo a un proceso de diferenciación e integración progresivas y a la necesaria flexibilidad dentro del ciclo.

Además, en la instancia de enunciación de los saberes, se tomaron en cuenta, los criterios de progresividad, coherencia y articulación al interior del ciclo y con el nivel anterior.

“Proponer una secuencia anual no implica perder de vista la importancia de observar con atención, y ayudar a construir los niveles de profundización crecientes que articularán los aprendizajes de año a año en el ciclo” (CFCE-MECyTN, 2006: 13).

En este marco, reconociendo la heterogeneidad de nuestras realidades como un elemento enriquecedor, el Estado provincial se propone la concreción de políticas educativas, sociales, económicas, entre otras, orientadas a desarrollar acciones específicas con el objeto de propender a la calidad, equidad e igualdad de aprendizajes, y en consecuencia, lograr que todos los alumnos alcancen saberes equivalentes. De este modo, la jurisdicción aporta a la concreción de la unidad del Sistema Educativo Nacional.

Desde esta perspectiva, los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios del 3º ciclo EGB/Nivel medio 7º, 8º y 9º Años (2006) actúan como referentes y estructurantes de la elaboración de los primeros borradores de los Materiales Curriculares para el primer año del Ciclo Básico de la Educación Secundaria de la provincia de La Pampa.

² Saberes: conjunto de procedimientos y conceptos que mediados por intervenciones didácticas en el ámbito escolar, permiten al sujeto, individual o colectivo, relacionarse, comprender y transformar el mundo natural y sociocultural.

En el espacio curricular de Matemática para el ciclo básico de la educación secundaria, se definieron los siguientes ejes:

- Número y operaciones
- Álgebra y funciones
- Geometría y medida
- Estadística y probabilidad

La presentación de los ejes, en ese orden, responde solo a fines organizativos. En una situación de enseñanza y aprendizaje, los saberes enunciados al interior de cada uno de los ejes pueden ser abordados solos o articulados con saberes del mismo eje o de otros ejes.

EJE: NÚMERO Y OPERACIONES

Los números que pertenecen a los diferentes conjuntos numéricos se usan en la vida cotidiana para responder a variadas situaciones, referidas al contar o al operar con ellas.

Pero los números no encuentran su sentido solamente en problemas prácticos, se usan también en problemas de índole puramente matemática, donde, por ejemplo, es necesario dar solución numérica a ecuaciones de distinto tipo. Las situaciones con las que nos enfrentamos cotidianamente no agotan la posibilidad de aplicabilidad de conceptos matemáticos, entonces, reducir la Matemática al contexto de la vida diaria, es reducir las posibilidades de aprendizaje y conceptualización de este eje.

El abordaje de los números naturales, enteros y racionales a través de la organización del sistema de numeración decimal, conociendo y comprendiendo su funcionamiento, permitirá la aproximación a los números reales.

En este eje se pondrán en juego procedimientos tales como identificar, interpretar, leer, escribir, comparar, relacionar, clasificar y ordenar distintos tipos de números, generalizando sus propiedades cuyo desarrollo será requerido por la resolución de problemas.

En este sentido, las **operaciones** son un medio eficaz para resolver problemas planteados en términos matemáticos. En relación a ellas, debemos tener en cuenta tres aspectos:

- el significado que adopta cada operación en cada conjunto numérico;
- las formas de calcular e interpretar los resultados;
- el análisis de las propiedades de cada una de las operaciones.

Las formas de escritura matemática nos permitirán pasar del problema a una simbolización, y operando sobre ella, realizar un proceso que llamamos de “modelización matemática”.

El nivel de generalidad de esta modelización incluirá el significado que adquiere una misma cuenta en diferentes problemas, incluyendo distintos campos numéricos.

Al referirnos a la forma de calcular los resultados, aludimos a los algoritmos tradicionales y a los algoritmos alternativos, producto de los diferentes procedimientos que los alumnos ponen en juego ante cada situación, ya sea, a través del cálculo exacto o aproximado, estimando, controlando e interpretando los resultados y poniendo en juego las propiedades más convenientes para facilitar la resolución.

EJE: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

Las **representaciones algebraicas** tienen como elementos constitutivos variables, signos, números y gráficas, elementos que comparten con las **representaciones funcionales**. Ambas formas de representación se articulan, constituyendo un lenguaje matemático propio.

El nivel de abstracción que es necesario para la exploración de estas formas de representación y su vínculo con los conceptos matemáticos, debe ser abordado primeramente de manera informal. El trabajo con la relación de proporcionalidad, su utilidad para la construcción de la noción de función, la interpretación y organización de la información, la lectura, análisis y el pasaje entre las distintas representaciones, son elementos indispensables en el desarrollo de este eje.

Es preciso, además, estimular en los alumnos habilidades de pensamiento que les permitan elaborar estrategias propias para construir algoritmos, pasando de representaciones particulares hacia otras más generales.

En este eje, la potencia de la Matemática está nuevamente presente con su capacidad de modelización, generalización y anticipación, propia del establecimiento de los diferentes modelos matemáticos que son posibles de construir a partir de hechos y sucesos particulares.

Es éste el eje apropiado para ser contextualizado a través de diversas situaciones posibles de matematizar, a partir de los datos de la realidad, por ejemplo, elementos vinculados con la ecología, fenómenos climáticos, costos de producciones, estudios de móviles y sus velocidades, etc.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

En el marco de la educación obligatoria, es indispensable incluir la enseñanza de la **Geometría**, dado que ella está presente en múltiples problemas de la vida cotidiana y en ámbitos de la producción de bienes y servicios.

En espacios bi y tridimensionales permite, mediante observaciones y reflexiones, determinar ciertas regularidades. A partir de estas regularidades y relaciones geométricas, es posible la modelización como un potente recurso de resolución que admite la anticipación en situaciones reales, sin necesidad de la acción efectiva.

En este ciclo de la escolaridad se inicia el tratamiento formal de las nociones adquiridas en ciclos anteriores, a través de la utilización de generalizaciones y vínculos con las expresiones algebraicas.

Esto supone recorrer un camino que va desde una geometría ligada únicamente a las representaciones y mediciones, hacia otra, independiente del “dibujo” como elemento de análisis, que recurra a las propiedades y condiciones de construcción.

Por esto, en el enfoque propuesto, el aprendizaje geométrico no puede reducirse al aprendizaje de los conceptos por sí mismos, sino que debe dar lugar a la adquisición de estructuras conceptuales y lógicas, fundamentalmente las lógico-geométricas.

En cuanto a la **medición**, los alumnos comienzan a recorrer el camino de desvincular la asignación de un número a magnitudes, a través de la simple percepción. En este eje, docente y alumnos tratarán conceptos relacionados con las medidas, operarán con ellas, efectuarán mediciones efectivas y estimaciones, reconociendo los errores de medición y la posibilidad de acotarlos, expresando los resultados obtenidos en diferentes unidades y estableciendo correspondencias entre ellas. Además, se completará el espectro de las medidas, analizando la conservación o no de las propiedades de la proporcionalidad, en las magnitudes lineales, de superficie y volumen, utilizando, en los casos que así lo requieran, la notación científica.

Por otra parte, es el lugar indicado para comprender el papel que juegan las fórmulas como generalizaciones para llegar a las modelizaciones matemáticas.

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

En nuestras actividades de cada día, en los medios de comunicación, se accede a información donde se usan métodos de representación que provienen de la **estadística** y requieren de ciertos conocimientos para su interpretación.

Ésta es una de las razones que exige la presencia de la **estadística** en la escolaridad obligatoria, pues para actuar acertadamente en el mundo de hoy se requiere, entre otras cuestiones, estar educado en cierto pensar estadístico que permita no sólo tener presente o saber buscar resultados anteriores, sino también saberlos interpretar y aplicar adecuadamente en la toma de decisiones.

Es particularmente necesario en la escuela secundaria, el uso y la organización de información proveniente de diferentes fuentes, por ejemplo: los resultados de elecciones de representantes políticos, el análisis de la evolución de las precipitaciones en determinados lugares, los crecimientos/decrecimientos poblacionales... Esta información se presenta bajo determinados formatos que responden a construcciones estadísticas.

Además, frecuentemente hay situaciones de azar o de incertidumbre sobre las que no podemos responder con certeza. En este caso, la **probabilidad** proporciona los conceptos de azar, sucesos probables e improbables, grados de posibilidad de que ocurra tal o cual suceso, cuya fundamentación y cálculo puede ser realizada a través de las Teorías de la Probabilidad.

SABERES SELECCIONADOS PARA EL PRIMER AÑO DEL CICLO BÁSICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

EJE: NÚMERO Y OPERACIONES

✓ El reconocimiento y uso de los números naturales y racionales positivos, representados por expresiones decimales y fraccionarias, y la explicitación de la organización del sistema decimal de numeración, en situaciones problemáticas que requieran:

- interpretar, registrar, comunicar, comparar y encuadrar (estar comprendido entre) cantidades y números naturales y racionales positivos, eligiendo la representación más adecuada en función del problema a resolver (las representaciones se refieren a las diferentes formas de expresar un número: sumas, porcentajes, gráficas, recta numérica, etc.);
- argumentar sobre la equivalencia de diferentes representaciones de un número, usando expresiones fraccionarias y decimales, descomposiciones polinómicas y/o puntos de la recta numérica;
- comparar la organización del sistema decimal con la del sistema sexagesimal y valores decimales con minutos (por ejemplo: $1,25 \text{ hs} = 1 \text{ h } 15 \text{ min.}$);
- analizar afirmaciones que involucren relaciones de orden entre números (por ejemplo, la comparación de $0,2$ y $0,15$ ó $0,3$ y $1/3$ y decidir cuál es mayor y por qué).

✓ El reconocimiento y uso de las operaciones entre números naturales y racionales positivos representados por fracciones y expresiones decimales y la explicitación de sus propiedades, en situaciones problemáticas que requieran:

- usar cuadrados y cubos de números naturales;
- operar con cantidades, números naturales y racionales positivos, seleccionando el tipo de cálculo (mental y escrito, exacto y aproximado, con y sin uso de la calculadora) y la forma de expresar los números involucrados (por ejemplo, decidir

si es más conveniente usar decimales o fracciones, y en el caso de decimales con cuántas cifras decimales) que resulte más apropiada en función de la situación y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido;

- producir cálculos que combinen varias operaciones en relación con un problema y un problema en relación con un cálculo, y resolverlos con o sin uso de la calculadora;
- analizar y explicitar los diferentes algoritmos de las cuatro operaciones básicas, recuperando los procedimientos obtenidos por los alumnos y/o convencionales, argumentando y reflexionando sobre ellos;
- argumentar sobre la validez de un procedimiento o el resultado de un cálculo mediante las propiedades de la suma, resta, multiplicación y división;
- producir y analizar afirmaciones sobre relaciones ligadas a la divisibilidad (múltiplos y divisores comunes) y sobre propiedades de las operaciones entre números naturales (distributiva, asociativa, entre otras) y argumentar sobre su validez. (por ejemplo, discutir con los alumnos si todos los números terminados en 2 son divisibles por 2, ¿son divisibles por tres todos los que terminan en tres?)

EJE: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

✓ El análisis de variaciones en situaciones problemáticas -que conduzcan a la construcción del concepto de variable- que requieran:

- reconocer y utilizar relaciones directa e inversamente proporcionales (escalas, cambios de unidades, ampliaciones y reducciones de figuras, tiempo y espacio), usando distintas representaciones (tablas, proporciones, constante de proporcionalidad) y distinguirlas de aquellas relaciones que no lo son;
- explicitar y analizar propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa (al doble el doble, a la suma la suma, constante de proporcionalidad) e inversa (al doble la mitad, constante de proporcionalidad);

- analizar -a través de ejemplos- la variación de perímetros y áreas en función de la variación de diferentes dimensiones de figuras;
- interpretar y producir tablas e interpretar gráficos cartesianos para relaciones entre magnitudes discretas y/o continuas;
- interpretar información práctica de gráficas sencillas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales y de la vida cotidiana.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

✓ El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos y la producción y el análisis de construcciones, explicitando las propiedades involucradas, en situaciones problemáticas que requieran:

- analizar figuras (triángulos, cuadriláteros y círculos) y cuerpos (prismas y cilindros) para caracterizarlos y clasificarlos (por ejemplo: “el cuadrado es un rombo”, “un triángulo isósceles puede ser un triángulo rectángulo”, “el cubo es un prisma”, entre otras);
- explorar y argumentar acerca del conjunto de condiciones (sobre lados, ángulos, diagonales y radios) que permiten construir una figura (triángulos, cuadriláteros y figuras circulares);
- construir figuras a partir de diferentes informaciones gráficas y coloquiales (propiedades y medidas) utilizando compás, regla, transportador y escuadra, explicitando los procedimientos empleados y evaluando la adecuación de la figura obtenida respecto a la información dada;
- analizar afirmaciones y producir argumentos (a través de comparación de dibujos, mediciones) avanzando desde comprobaciones empíricas hacia argumentaciones más generales que permitan validar las propiedades triangular y de la suma de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros.

✓ *La comprensión del proceso de medir, considerando diferentes unidades y sistemas, en situaciones problemáticas que requieran:*

- estimar y medir áreas (triángulos y cuadriláteros) y volúmenes (cubo), estableciendo equivalencias entre volumen y capacidad, eligiendo la unidad adecuada en función de la precisión requerida;
- argumentar sobre la equivalencia de distintas expresiones para una misma cantidad, utilizando las unidades de longitud, área, volumen y capacidad del SIMELA y sus relaciones.

✓ *El análisis y uso reflexivo de distintos procedimientos para estimar y calcular medidas, en situaciones problemáticas que requieran:*

- calcular -sin fórmulas- áreas de figuras (triángulo, rectángulo), estimando el resultado que se espera obtener y evaluando la pertinencia de la unidad elegida para expresarlo;
- elaborar y comparar distintos procedimientos para calcular -sin fórmula- perímetros y áreas de triángulos y rectángulos;

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

✓ *La interpretación y elaboración de información estadística de fenómenos naturales, de la vida cotidiana y de portadores de texto de otros espacios curriculares, en situaciones problemáticas que requieran:*

- recolectar y organizar datos (en conjuntos finitos y discretos) para estudiar un fenómeno y/o tomar decisiones;
- interpretar tablas y gráficos (pictogramas, diagramas de barras, gráficos circulares, de línea, de puntos) y analizar sus ventajas y desventajas en función de la información que se quiere comunicar;

- construir gráficos (pictogramas, diagramas de barra y circulares³) adecuados a la información a describir, evaluando la pertinencia del tipo de gráfico y -cuando sea necesario- la escala a utilizar;
- calcular la media aritmética y analizar su significado en función del contexto.

✓ El reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas que requieran:

- comparar las probabilidades de diferentes sucesos, incluyendo seguros e imposibles para espacios muestrales finitos.

³ En el cálculo de representaciones en el gráfico circular, se considerarán 50%, 25%, 75% y otros valores que no necesiten del transportador para determinar el sector correspondiente.

BIBLIOGRAFÍA

- Alagia, Humberto, Bressan, Ana, Sadovsky, Patricia. (2005). *Reflexiones para la Educación matemática*, Libros del Zorzal, Buenos Aires
- Azcárate, Carmen, Deulofeu, Jordi. (1996). *Funciones y gráficas*, Editorial Síntesis, Madrid
- Berté, Annie (1996). *Matemática: de EGB 3 al Polimodal*, A-Z- Editora, Buenos Aires
- Chamorro, María del Carmen (coord.) (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria* Pearson Educación, Madrid
- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa (1997). *Materiales Curriculares. Tercer Ciclo EGB. Matemática*
- Ministerio de Educación de la Nación (1997). *Materiales de apoyo para la capacitación docente*
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de La Nación (2006). *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios: 3º Ciclo EGB/Nivel Medio*
- Rico, Luis (coord.) (1997). *La educación Matemática en la enseñanza secundaria*, Cuadernos de formación del Profesorado, ICE/HORSORI, Universidad de Barcelona
- Dr. Santaló, Luis (1998). *Matemática: temas de su didáctica*, Conicet, Buenos Aires
- Santos Trigo, Luz Manuel y Sánchez, Ernesto (1996). *Perspectivas en educación matemática*, Sánchez Grupo Editorial Iberoamericana, México
- Sessa, Carmen (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra*, Libros del Zorzal, Buenos Aires
- Sadovsky, Patricia (2005). *Enseñar Matemática hoy: miradas, sentidos y desafíos*, Libros del Zorzal, Buenos Aires

MATERIALES CURRICULARES PARA EL SEGUNDO AÑO DEL CICLO BÁSICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

EJE: NÚMERO Y OPERACIONES

✓ El reconocimiento y uso de los números racionales en situaciones problemáticas que requieran:

- interpretar, registrar, comunicar y comparar números enteros en diferentes contextos: como número relativo (temperaturas, nivel del mar) y a partir de resta de dos naturales (juegos de cartas, pérdidas y ganancias);
- comparar números enteros y hallar distancias entre ellos, representándolos en la recta numérica;
- comparar la organización del sistema decimal con la del sistema sexagesimal y valores decimales con minutos y segundos (por ejemplo: 1h 30 min 36 seg = 1,51 hs.);
- interpretar el número racional como cociente (tratando de generalizar la noción de número racional, en su expresión decimal o fraccionaria);⁴
- usar diferentes representaciones de un número racional (expresiones fraccionarias y decimales, punto de la recta numérica, etc.) argumentando sobre su equivalencia y eligiendo la representación más adecuada en función del problema a resolver;
- analizar diferencias y similitudes entre las propiedades de los números enteros, fracciones y decimales (orden, discretitud y densidad).

⁴ Los diferentes significados de las fracciones que ya han sido tratados en el segundo ciclo (la fracción como resultado de una medición, como escala, etc.) se recuperan en este nivel de la escolaridad, hasta llegar a su expresión más general.

✓ El reconocimiento y uso de las operaciones entre números racionales en sus distintas expresiones y la explicitación de sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

- interpretar modelos que den significado a la suma, resta, multiplicación, división y potenciación en Z (por ejemplo, utilizando segmentos orientados para dar sentido a la regla de los signos);
- usar la potenciación (con exponente natural) y la radicación cuadrada y cúbica exacta en Q y analizar las propiedades de la misma;
- analizar las operaciones en Z y sus propiedades como extensión de las elaboradas en N ;
- usar y analizar estrategias de cálculo con números racionales seleccionando el tipo de cálculo (mental y escrito, exacto y aproximado, con y sin uso de la calculadora) y la forma de expresar los números involucrados (se decidirá cuál es la más oportuna, y en el caso de ser la representación decimal, con qué cantidad de decimales) que resulte más conveniente y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido;⁵
- usar y analizar la jerarquía y las propiedades de las operaciones⁶ en la producción e interpretación de cálculos. Resolver cálculos combinados provenientes de situaciones problemáticas, usando cálculo mental, escrito y con calculadora (análisis de los distintos tipos de calculadora: común, científica);
- explorar y enunciar propiedades ligadas a la divisibilidad en N y a la noción de múltiplo, divisor y número primo.

⁵ Por ejemplo, debe medirse la capacidad de un recipiente y se indica el uso de $1/3$ del mismo, decidir si es conveniente el uso de una expresión decimal o fraccionaria en virtud de la precisión en la medida.

⁶ Si $a \cdot b = b \cdot a$, ¿ $a \cdot (b + 1) = b \cdot (a + 1)$?. En este caso, el cálculo es objeto matemático de conocimiento.

EJE: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

✓ El uso de relaciones entre variables en situaciones problemáticas que requieran:

- interpretar relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas en diversos contextos (regularidades numéricas, proporcionalidad directa e inversa,...);
- representar e interpretar puntos y gráficas cartesianas de relaciones y en funciones sencillas basadas en la proporcionalidad directa, que vengan dadas a través de tablas e intercambiar información entre tablas y gráficas;
- leer directamente de los gráficos, e inferir información a partir de ellos. Reconocer las limitaciones de los gráficos para las representaciones de la realidad;
- modelizar variaciones uniformes y expresarlas eligiendo la representación más adecuada a la situación (incluyendo en este proceso, tanto la elección de las variables como el rango de los valores que puedan tomar las mismas);
- explicitar y analizar propiedades de las funciones de proporcionalidad directa (variación constante, ordenada al origen);
- diferenciar crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional;

✓ *El uso de distintas expresiones simbólicas (algebraicas o no) en situaciones problemáticas que requieran:*

- explorar y explicitar relaciones (entre múltiplos y/o divisores de un número) y propiedades de las operaciones con números naturales (distributiva, asociativa) en forma oral y escrita⁷;
- producir y validar fórmulas para representar regularidades numéricas en \mathbb{N} y analizar sus equivalencias (suma de los primeros n números naturales, cálculo de la cantidad de elementos en una cierta configuración geométrica, etc.)⁸;

⁷ Por ejemplo, ¿ $36 : (4 + 2) = 36 : 2 + 36 : 4$?

- producir y analizar afirmaciones sobre propiedades de las operaciones y criterios de divisibilidad avanzando desde su expresión oral a su expresión simbólica y argumentar sobre su validez (por ejemplo, $3.n + 1$ no es múltiplo de 3);
- transformar expresiones algebraicas obteniendo expresiones equivalentes que permitan reconocer relaciones no identificadas fácilmente en la expresión original;
- usar ecuaciones lineales con una variable como expresión de una condición sobre un conjunto de números (discretos, continuos)⁹ y analizar su conjunto solución (solución única, infinitas soluciones, sin solución).

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

✓ El análisis y construcción de figuras y el análisis de cuerpos argumentando en base a propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

- analizar cuerpos (pirámides, cilindros y prismas) para caracterizarlos y clasificarlos (Por ejemplo: ¿Qué datos se necesitan para construir una pirámide de base cuadrada?);
- determinar puntos que cumplan condiciones referidas a distancias y construir circunferencias, círculos, mediatrices y bisectrices como lugares geométricos;
- explorar diferentes construcciones de triángulos y argumentar sobre condiciones necesarias y suficientes para su congruencia. Construcción de triángulos en casos especiales: rectángulo, isósceles, equilátero;
- construir polígonos utilizando regla no graduada y compás a partir de diferentes informaciones, y justificar los procedimientos utilizados en base a los datos y/o las propiedades de las figuras (en particular de los cuadriláteros);
- formular conjeturas sobre las relaciones entre distinto tipo de ángulos (opuestos por el vértice, adyacentes y los determinados por dos rectas paralelas cortadas por

⁸ Si $2.n$ representa a todos los números naturales pares, ¿cómo representarías a los números naturales impares?. ¿Cuál sería la expresión que responde a esa representación: $n + n + 1$, $2.n + 1$, $n + n + 1 + 1$?

⁹ Por ejemplo, en situaciones de medida para cálculos en diferentes problemas aritméticos y geométricos.

una transversal) a partir de las propiedades del paralelogramo y producir argumentos que permitan validarlas;

- analizar afirmaciones (que estarán acotadas al repertorio de las figuras y propiedades conocidas) acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez reconociendo los límites de las pruebas empíricas;
- analizar las relaciones entre lados de triángulos cuyas medidas sean ternas pitagóricas e interpretar algunas demostraciones del Teorema de Pitágoras basadas en equivalencia de áreas.

✓ *La comprensión del proceso de medir y calcular medidas en situaciones problemáticas que requieran:*

- estimar y calcular cantidades (áreas y volúmenes de cuerpos)¹⁰, eligiendo la unidad y la forma de expresarlas que resulte más conveniente en función de la situación y de la precisión requerida, reconociendo la inexactitud de toda medición;
- explorar las relaciones entre cuerpos con igual área lateral y distinto volumen o con el mismo volumen y distintas áreas laterales (por ejemplo, utilizando varios cubitos contruidos del mismo tamaño y manteniendo el número construir diferentes cuerpos, calcular en ellos áreas y volúmenes, verificando la variación de una u otra);
- elaborar y comparar distintos procedimientos para calcular perímetros y áreas de polígonos;

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

✓ *La interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas que requieran:*

¹⁰ Se utilizará el repertorio de figuras y cuerpos trabajado en diferentes situaciones.

- organizar conjuntos de datos discretos y acotados para estudiar un fenómeno, comunicar información y/o tomar decisiones, analizando el proceso de relevamiento de los mismos;
- identificar diferentes variables (cualitativas y cuantitativas), organizar los datos y construir gráficos adecuados a la información a describir;
- interpretar el significado de la media y la moda para describir los datos en estudio.

✓ El reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas que requieran:

- comparar las probabilidades de diferentes sucesos incluyendo casos que involucren un conteo ordenado sin necesidad de usar fórmulas;
- determinar la frecuencia relativa de un suceso mediante experimentación real o simulada y compararla con la probabilidad teórica;

BIBLIOGRAFÍA

- Alagia, Humberto, Bressan, Ana, Sadovsky, Patricia. (2005). *Reflexiones para la Educación matemática*, Libros del Zorzal, Buenos Aires
- Azcárate, Carmen, Deulofeu, Jordi. (1996). *Funciones y gráficas*, Editorial Síntesis, Madrid
- Berté, Annie (1996). *Matemática: de EGB 3 al Polimodal*, A-Z- Editora, Buenos Aires
- Chamorro, María del Carmen (coord.) (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria* Pearson Educación, Madrid
- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa (1997). *Materiales Curriculares. Tercer Ciclo EGB. Matemática*
- Ministerio de Educación de la Nación (1997). *Materiales de apoyo para la capacitación docente*
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de La Nación (2006). *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios: 3º Ciclo EGB/Nivel Medio*
- Rico, Luis (coord.) (1997). *La educación Matemática en la enseñanza secundaria*, Cuadernos de formación del Profesorado, ICE/HORSORI, Universidad de Barcelona
- Dr. Santaló, Luis (1998). *Matemática: temas de su didáctica*, Conicet, Buenos Aires
- Santos Trigo, Luz Manuel y Sánchez, Ernesto (1996). *Perspectivas en educación matemática*, Sánchez Grupo Editorial Iberoamericana, México
- Sessa, Carmen (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra*, Libros del Zorzal, Buenos Aires
- Sadovsky, Patricia (2005). *Enseñar Matemática hoy: miradas, sentidos y desafíos*, Libros del Zorzal, Buenos Aires

MATERIALES CURRICULARES PARA EL TERCER AÑO DEL CICLO BÁSICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

EJE: NÚMERO Y OPERACIONES

✓ El reconocimiento y uso de números racionales, de las operaciones y sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

- usar y analizar estrategias de cálculo con números racionales, seleccionando el tipo de cálculo y la forma de expresar los números involucrados, evaluando la razonabilidad del resultado e incluyendo su encuadramiento, utilizando en el caso que sea necesario el redondeo y truncamiento, estimando el error que se comete en cada uno;
- usar potencias de exponente entero para expresar un número racional a través de la notación científica evaluando la razonabilidad de la misma;
- analizar las operaciones en \mathbb{Q} y sus propiedades como extensión de las elaboradas para los números enteros;
- reconocer la insuficiencia de los números racionales para expresar la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro y entre los lados de un triángulo rectángulo cuyas medidas no son múltiplos de la terna pitagórica;
- explorar y enunciar las propiedades de los distintos conjuntos numéricos (discretitud, densidad y aproximación a la idea de completitud) estableciendo relaciones de inclusión entre ellos. Formular conjeturas que involucren las propiedades de las operaciones;
- producir argumentos que permitan validar propiedades ligadas a la divisibilidad en \mathbb{N} .

EJE: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

✓ El reconocimiento, uso y análisis de funciones en situaciones problemáticas que requieran:

- interpretar gráficos y fórmulas que modelicen variaciones lineales y no lineales, en función de la situación planteada;
- producir y comparar fórmulas para analizar las variaciones de perímetros y áreas, en función de la variación de las dimensiones de las figuras.
- modelizar y analizar variaciones lineales expresadas mediante gráficos y/o fórmulas interpretando sus parámetros (la pendiente como cociente de incrementos y las intersecciones con los ejes);
- Expresar una misma situación utilizando distintas formas de representación (gráfico, fórmula, tabla, descripción verbal);
- determinar la ecuación de una recta a partir de diferentes datos;
- vincular las relaciones entre rectas (paralelas, coincidentes, incidentes) con las variaciones de sus parámetros (ordenada al origen, pendiente);
- vincular las distintas representaciones de la función lineal con la ecuación asociada.

✓ El uso de ecuaciones y otras expresiones algebraicas en situaciones problemáticas que requieran

- argumentar sobre la validez de afirmaciones que incluyan expresiones algebraicas analizando la estructura de la expresión;
- Analizar una expresión algebraica para anticipar la forma de un gráfico cartesiano;
- transformar expresiones algebraicas, usando diferentes propiedades, al resolver ecuaciones de primer grado¹¹;

¹¹ Se propone el tratamiento de las expresiones algebraicas como objeto de conocimiento.

- argumentar sobre la equivalencia o no de ecuaciones de primer grado con una variable;
- usar una única ecuación lineal con una o dos variables y analizar el conjunto solución;
- Modelizar situaciones a través de inecuaciones con una variable.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

✓ El análisis y construcción de figuras y cuerpos argumentando en base a propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

- calcular volúmenes de prismas estableciendo equivalencias entre cuerpos de diferente forma, mediante composiciones y descomposiciones;
- analizar cuerpos (conos y esferas) para caracterizarlos y clasificarlos (por ejemplo: una pelota de fútbol tiene un diámetro determinado, ¿cuál sería el diámetro de una de tenis que se sabe posee un volumen 8 veces menor que la de fútbol?);
- usar la noción de lugar geométrico para justificar construcciones (rectas paralelas y perpendiculares con regla y compás, circunferencia que pasa por tres puntos, entre otras);
- explorar las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo;
- construir figuras semejantes a partir de diferentes informaciones e identificar las condiciones necesarias y suficientes de semejanza entre triángulos;
- interpretar las condiciones de aplicación del teorema de Thales e indagar y validar propiedades asociadas;
- usar la proporcionalidad entre segmentos que son lados en triángulos rectángulos caracterizando las relaciones trigonométricas: seno, coseno y tangente;

- formular conjeturas sobre propiedades de las figuras (en relación con ángulos interiores, bisectrices, diagonales, entre otras), y producir argumentos que permitan validarlas;
- extender el uso de la relación pitagórica para cualquier triángulo rectángulo.
- estimar y calcular cantidades (áreas y volúmenes de cuerpos), eligiendo la unidad y la forma de expresarlas que resulte más conveniente (utilizando la notación científica para unidades muy grandes o muy pequeñas) en función de la precisión requerida, reconociendo la inexactitud de toda medición;

EJE: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

✓ La interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas que requieran:

- organizar datos para estudiar un fenómeno y/o tomar decisiones analizando el proceso de relevamiento de los mismos y los modos de comunicar los resultados obtenidos;
- identificar diferentes variables (cualitativas y cuantitativas, discretas y continuas), organizar los datos para su agrupamiento en intervalos y construir gráficos adecuados a la información a describir;
- interpretar el significado de los parámetros centrales (media, mediana y moda) y analizar sus límites para describir la situación en estudio y para la elaboración de inferencias y argumentos para la toma de decisiones.

✓ El reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas que requieran:

- explorar, producir y utilizar fórmulas sencillas de combinatoria para calcular probabilidades;
- reconocer la estructura multiplicativa en problemas de combinatoria;

- usar variaciones simples, variaciones con repetición y permutaciones simples;
- evaluar la razonabilidad de una inferencia elaborada a partir de datos estadísticos obtenidos a partir de una muestra.

BIBLIOGRAFÍA

- Alagia, Humberto, Bressan, Ana, Sadovsky, Patricia. (2005). *Reflexiones para la Educación matemática*, Libros del Zorzal, Buenos Aires
- Azcárate, Carmen, Deulofeu, Jordi. (1996). *Funciones y gráficas*, Editorial Síntesis, Madrid
- Berté, Annie (1996). *Matemática: de EGB 3 al Polimodal*, A-Z- Editora, Buenos Aires
- Chamorro, María del Carmen (coord.) (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria* Pearson Educación, Madrid
- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa (1997). *Materiales Curriculares. Tercer Ciclo EGB. Matemática*
- Ministerio de Educación de la Nación (1997). *Materiales de apoyo para la capacitación docente*
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de La Nación (2006). *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios: 3º Ciclo EGB/Nivel Medio*
- Rico, Luis (coord.) (1997). *La educación Matemática en la enseñanza secundaria*, Cuadernos de formación del Profesorado, ICE/HORSORI, Universidad de Barelona
- Dr. Santaló, Luis (1998). *Matemática: temas de su didáctica*, Conicet, Buenos Aires
- Santos Trigo, Luz Manuel y Sánchez, Ernesto (1996). *Perspectivas en educación matemática*, Sánchez Grupo Editorial Iberoamericana, México
- Sessa, Carmen (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra*, Libros del Zorzal, Buenos Aires
- Sadovsky, Patricia (2005). *Enseñar Matemática hoy: miradas, sentidos y desafíos*, Libros del Zorzal, Buenos Aires

GLOSARIO DE LOS TÉRMINOS USADOS CON FRECUENCIA

Argumentar: progresivamente, se tratará que los alumnos estén en condiciones de explicar a sus pares los procedimientos (propios y de otros) utilizados y los resultados obtenidos en la realización de una tarea.

Comunicar: progresar desde un lenguaje común, cotidiano, hacia otro en el que sea necesario expresar las ideas matemáticas con lenguaje específico, promoviendo la precisión y prolijidad en la presentación de trabajos.

Encuadrar: colocar entre. El término no debe confundirse con comparar u ordenar. Está referido al repertorio numérico y permite vincular entre sí diferentes conjuntos numéricos.

Modelizar¹²: es un proceso que atraviesa diferentes momentos -recortar una problemática frente a cierta realidad, identificar un conjunto de variables pertinentes a esta problemática, producir relaciones entre las variables tomadas en cuenta, elegir una teoría para operar sobre ellas y producir conocimiento nuevo sobre dicha problemática- , relacionándolos, y dando a esta actividad condiciones análogas a las que la comunidad científica realiza cuando produce matemáticamente (“modelizando” desde lo disciplinar).

Requiriendo de los alumnos la toma de decisiones sobre la pertinencia de los recursos utilizados, haciéndose responsables de los resultados obtenidos, validándolos y confrontándolos con sus pares, reflexionando sobre lo realizado es donde la clase de matemática posee un valor formativo que va más allá de la matemática (“modelizando” desde lo actitudinal).

Validar: sin pretender que el alumno se mueva dentro de un marco axiomático riguroso, sino bajo intuiciones, posibles hipótesis, conjeturas y demostraciones sin formalizaciones, realizadas individualmente o por grupos, apreciar y experimentar los procesos que conllevan a determinados resultados.

¹² Sadovsky (2005)

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Fundamentación:

Un Diseño Curricular, por muy explícito que sea, no puede dejar de tener un carácter de generalidad, por lo que representa un desafío en el momento de decidir un enfoque cuando la enseñanza debe ser contextualizada y centrada en un contenido particular, luego, en un proyecto de enseñanza más general.

Entonces, resulta sustantivo considerar los contenidos bajo un enfoque didáctico para el que han de ser tratados.

Por eso, definiremos en primera instancia los rasgos sustantivos del enfoque del estudiar matemática que se propone:

- una finalidad de la enseñanza de la matemática
- una concepción de matemática
- una concepción de aprendizaje en matemática
- un conjunto de condiciones que este enfoque plantea a la enseñanza.

Una finalidad de la enseñanza de la matemática

En todos los ciclos y niveles de la escolaridad se argumenta que “hay que preparar para lo que viene”. Bajo esta perspectiva, la escuela primaria prepara para la media, la media para la universidad y en algunas oportunidades parece ser ésta una finalidad acabada.

Sin embargo, es innegable que la matemática se ha convertido en una herramienta imprescindible para la comprensión de la realidad y el desempeño en ella. Desde la lectura de un diario, donde encontramos frecuentemente tablas, gráficos, hasta la lectura e interpretación de facturas, recibos de sueldos, pedidos de préstamos, se necesita de un caudal importante de conocimientos matemáticos.

Esta sería una mirada simplista si se desconociera la potencia modelizadora de la matemática que se constituye en una herramienta indispensable para otras disciplinas

como la física, la química, la economía, la sociología para nombrar sólo algunas, en la descripción de fenómenos y procesos que ocurren en su interior.

Entonces, no es menor el rol que se le asigna desde la escuela media: para la vida, para los estudios posteriores si los hubiere y para la interpretación de otras disciplinas...

Frente a este abanico de “obligaciones” debería incorporarse la expresión que históricamente ha sido respuesta de los docentes y argumento de la sociedad: “es un bien formativo que contribuye al desarrollo del pensamiento lógico”.

La cuestión que surge entonces, es: ¿qué matemática debe estudiarse hoy para adquirir la cultura básica que se ha enunciado en los párrafos anteriores?

Esta pregunta nos remite a la siguiente cuestión:

Lo que se propone con la enseñanza de la Matemática no es solo transmisión de conocimientos matemáticos, sino tratar de que los alumnos entren en el juego matemático, en la cultura matemática. Para ello deberá vincularse a un enfoque didáctico del “hacer matemática” con la finalidad de lograr la transmisión de ciertos conocimientos matemáticos que promuevan los fines que se le atribuyen a esta ciencia.

Una concepción de matemática

Es posible concebir la matemática como una disciplina que se ha originado a partir de dar respuesta a determinados problemas y en la elaboración y búsqueda de soluciones, es donde se produce y progresa el conocimiento matemático.

Sin embargo, estas soluciones son a menudo parciales, los problemas ofrecen resistencia, exigiendo la elaboración de nuevos conceptos a partir de los ya conocidos.

Entonces, en el ámbito escolar, la matemática planteada debe tener relación con lo que ha sido para la humanidad hacer matemática.

Para ello, se consideran como fundantes los siguientes supuestos:

- los conocimientos surgen como respuestas a problemas específicos
- los problemas son fuente, motor y criterio de aprendizaje.

Una concepción de aprendizaje de matemática

Balacheff, hace ya varios años, afirmó que: “nada es dado, todo es construido”, es decir, los conocimientos son construcciones sucesivas con elaboraciones constantes de estructuras nuevas. Cuando un problema es formulado, se recurre a aquellas herramientas que se poseen para resolverlo, si éstas son insuficientes, la acción matemática elabora una estrategia, un procedimiento que conllevará a la construcción del nuevo saber.

Es aquí donde el rol docente adquiere dimensiones insoslayables: los alumnos no solo deberán resolver las situaciones problemáticas que se le proponen, sino además deberá favorecer el análisis, la confrontación de ideas, la formulación de saberes. Entonces, el quehacer matemático se concibe como una práctica social que argumenta, defiende, formula y demuestra la importancia del trabajo con otros.

A partir de esta organización del “trabajo matemático” se propone construir un “saber matemático”. Este saber, construido a partir de los problemas es, por un lado, una herramienta para resolverlos, y, por otro, al identificar las nociones y teoremas que subyacen, se constituye en un objeto matemático.

Un conjunto de condiciones que este enfoque plantea a la enseñanza.

Es frecuente que los docentes de matemática se vean increpados por la falta de estrategias cuando los estudiantes deben resolver una situación que no se encuentra contextualizada en el ámbito escolar. ¿Por qué es posible reconocer que los alumnos “saben” muchas cosas y sin embargo no son capaces de utilizarlas en el momento adecuado?

Un ejemplo de esta situación es la relación de proporcionalidad. El tratamiento de este contenido matemático está presente desde la escuela primaria, sin embargo, cuando un estudiante debe calcular la conveniencia de comprar el mismo tipo de artículo que posee diferentes precios y envases, sus estrategias para abordar la situación, están lejos de recurrir a las propiedades de la proporcionalidad.

Entonces, estos conocimientos permanecen vacíos de sentido en tanto no han tomado el valor de herramientas para resolver problemas.

Esta construcción del conocimiento supone reconocer para qué situaciones es útil, cuáles son los límites de su utilización, cuál es la forma más adecuada de representarlo y cómo es posible controlar la respuesta obtenida. Estas condiciones exigen haber logrado un ejercicio de modelización donde los conocimientos aparecen como el producto de la propia actividad de los alumnos, de la argumentación de los procedimientos utilizados para resolver, de la puesta en juego de procedimientos diferenciados, del uso de error como herramienta de aprendizaje.

Pensar en esta matemática implica buscar los problemas adecuados para la discusión, las consignas y una organización de la clase que permita favorecer el logro del conocimiento matemático.

El rol del problema en la clase

Entendemos por problema aquella situación que, permitiendo el empleo de situaciones anteriores, favorece la construcción de nuevos aprendizajes. Entonces, estamos hablando de problemas para aprender, no para aplicar lo ya aprendido.

En esta propuesta de “estudiar matemática” resolver problemas es solo una parte. Son también, absolutamente centrales la organización de la clase y el rol del que enseña para el logro de los objetivos que nos proponemos.

Pensar la clase

Es posible instalar una dinámica de trabajo a partir del enfoque de resolución de problemas.

Una vez decidido el tema en cuestión, se organizarán en una clase o en un conjunto de clases una serie de momentos. En una primera instancia, el docente deberá elegir, de acuerdo con sus objetivos de enseñanza y con los saberes previos que disponen sus alumnos, el o los problemas a resolver.

Los alumnos, en forma individual o en pequeños grupos tratarán de resolver el o los problemas en cuestión.

En este ejercicio de resolución, los alumnos utilizarán sus propias estrategias, las que, en la mayoría de los casos no responderán a procedimientos expertos, acabados ni plenamente acertados.

En un segundo momento, los alumnos explicitarán a sus compañeros, de la forma más comprensible, cómo han abordado la situación, argumentando de acuerdo con sus saberes.

En esta instancia, los argumentos utilizados conllevarán la validación de lo expuesto a través de ejemplos, que serán discutidos por la clase y aceptados o no a través de contraejemplos u otras estrategias.

En esta fase de la clase, el docente, que es quien conoce el objetivo que se ha propuesto, explicita el conocimiento matemático que ha surgido, haciéndolo visible y proponiendo su reutilización para lograr, a posteriori, su reconocimiento como saber de utilización universal.

Conclusión:

Frente a este complejo entramado, entendemos que, si bien se han tomado determinadas decisiones relativas a los contenidos matemáticos para la escolaridad obligatoria, el desafío está dado, no por la inclusión o exclusión de un determinado contenido, sino por el nuevo sentido de estudiar matemática en la escuela. Un sentido que le dé a los alumnos la posibilidad de enfrentarse con problemas, la oportunidad de poner a prueba sus conocimientos, de interactuar con sus compañeros, de poder hablar de matemática, de poder preguntar de matemática, de poder hacer matemática, de poder equivocarse, de utilizar y/o analizar diferentes estrategias y que pueda ir mostrando y cuestionando para qué sirve la matemática.

Un ejemplo de complejización y secuenciación de un saber matemático

En párrafos anteriores se ha mencionado la importancia de proponer a los alumnos problemas significativos. ¿Qué se entiende por problema o situación problemática significativa?

Partamos de un ejemplo:

Juan y Martín han comprado figuritas en quioscos diferentes. María quiere saber cuál le conviene. Juan compró 5 paquetes a \$ 3,50, Martín 8 a \$ 6, ¿qué quiosco elegirá María? ¿Por qué?

En este caso se trata de comparar dos relaciones de proporcionalidad directa.

Las estrategias de resolución “estándares” son poco efectivas en esta situación.

Entonces, es posible que surjan otras como:

Juan

Cant de paquetes	precio
5	3,50
$5 \times 4 = 20$	$3,50 \times 4 = 14$

Martín

Cant de paquetes	precio
8	6
$8 : 2 = 4$	$6 : 2 = 3$
$4 \times 5 = 20$	$3 \times 5 = 15$

Lejos están estos procedimientos de la conocida “regla de tres”, sin embargo, pone en evidencia varias propiedades de la proporcionalidad, como “a la mitad la mitad o al doble el doble...”.

Además evidencia que para poder tomar una decisión María deberá igualar la cantidad de paquetes o su precio.

El problema planteado:

- puede ser abordado por el alumno, pero no con total comodidad con lo que sabe hasta el momento
- admite diferentes procedimientos

- da lugar a nuevas relaciones y conceptualizaciones

A manera de conclusión, es posible destacar entonces:

La posibilidad de diversos procedimientos surgidos a través de una propuesta problemática adecuada, incentivando a los alumnos en el intercambio a través de la puesta en común, la justificación con sus propias palabras y argumentos propiciará la apropiación de la conceptualización.

Dado que utilizamos un problema de proporcionalidad, analizaremos una posible secuenciación de este saber matemático en los distintos ciclos/niveles de la escolaridad.

Para ello, enunciaremos los contenidos de los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios que lo involucran.

Primer ciclo:

- Explorar relaciones numéricas y reglas de cálculo de sumas, restas y multiplicaciones y argumentar sobre su validez.
- Elaborar preguntas o enunciados de problemas y registrar y organizar datos en listas y tablas a partir de diferentes informaciones.

El abordaje del concepto de proporcionalidad está, para la mayoría de los docentes asociado a los últimos años del segundo ciclo o en el tercer ciclo. En cambio, la expresión “multiplicación” se vincula a la enseñanza desde los primeros años de la escolaridad.

Existe entonces, un divorcio entre la proporcionalidad y lo multiplicativo. Ésta separación, por su forma de resolución y por las representaciones que involucra en cada caso, hace que los problemas para resolver se clasifiquen de alguna manera y en consecuencia, la conceptualización de este saber aparezca como “diferente” al finalizar la escolaridad lo que dificulta la posibilidad de modelizar.

Veamos un par de ejemplos:

- *si un paquete de figuritas tiene 4 figuritas, cuántas figuritas hay en 12 paquetes?*
- *si 5 paquetes de figuritas tienen 20 figuritas, cuántas tiene un paquete?*

En ambos casos, es posible, dada la envergadura de los números, buscar la solución a través de dibujos, cálculos de dobles, triples, etc.

Estos problemas, son posibles de abordar desde la idea de “multiplicar” o mejor aún posibilitan la construcción del repertorio de problemas que se abordan en el campo multiplicativo.

Segundo ciclo:

Cuarto año

- Multiplicar y dividir cantidades que se corresponden proporcionalmente para calcular dobles, mitades, triples, etc.
- Elaborar y responder preguntas a partir de diferentes informaciones y registrar y organizar información en tablas y gráficos sencillos.
- Multiplicar cantidades expresadas con fracciones y decimales para calcular dobles, triples, etc.

Quinto año

- Analizar relaciones entre cantidades para determinar y describir regularidades incluyendo el caso de la proporcionalidad.
- Elaborar y comparar distintos procedimientos para calcular valores que se corresponden o no proporcionalmente, evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con los datos disponibles.
- Elaborar preguntas a partir de diferentes informaciones y registrar y organizar información en tablas y gráficos.
- Elaborar y comparar distintos procedimientos (multiplicar, dividir, sumar o restar cantidades correspondientes) para calcular valores que se corresponden o no proporcionalmente, evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con los datos disponibles.

- Interpretar y elaborar croquis teniendo en cuenta las relaciones espaciales entre los elementos representados.
- Comparar figuras analizando cómo varían sus formas, perímetros y áreas cuando se mantienen alguna o algunas de estas características y se modifica/n otra/s.

Sexto año

- Elaborar y comparar distintos procedimientos -incluyendo el uso de la constante de proporcionalidad- para calcular valores de cantidades que se corresponden o no proporcionalmente, evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con los datos disponibles.
- Explicitar las características de las relaciones de proporcionalidad directa.
- Analizar relaciones entre cantidades y números para determinar y describir regularidades, incluyendo el caso de la proporcionalidad interpretar, elaborar y comparar representaciones del espacio (croquis, planos) explicitando las relaciones de proporcionalidad utilizadas.
- Ampliar y reducir figuras explicitando las relaciones de proporcionalidad involucradas.
- Argumentar sobre la equivalencia de distintas expresiones para una misma cantidad, utilizando las relaciones de proporcionalidad que organizan las unidades del SIMELA.

Para la conceptualización de un conocimiento matemático es necesario recuperar el conocimiento anterior, de no ser así, al no haber una evolución, los conceptos aparecen aislados, fragmentados.

En el segundo ciclo, los contenidos vinculados con la construcción del concepto de proporcionalidad son abundantes.

Es habitual que el docente presente a sus alumnos el tema de la proporcionalidad de algunas de estas formas (u otras similares):

Si 12 paquetes de caramelos cuestan \$20, ¿cuánto cuestan 8 paquetes iguales?

12 p.....\$ 20

8 p.....\$ x

O bien:

12 p.....\$ 20

1 p.....\$ 20 : 12

8 p.....\$ 20 : 12 x 8

O bien:

12p.....\$20

8p.....\$x

en una receta de “esto por esto dividido esto”

O bien:

$$\frac{12}{8} = \frac{20}{x}$$

$$\frac{8x20}{12} = x$$

En estas formas de representación, en lugar de estar aprendiendo un nuevo concepto, el alumno pone el énfasis de su atención en el “método” de resolución, dónde el docente considera fundamental su apropiación.

En cambio, en un ejercicio de recuperación de los conocimientos anteriores, es posible plantear situaciones que permitan progresar a los alumnos en la construcción del concepto de la proporcionalidad.

Por ejemplo:

Manuel, el encargado de la boletería de pasajes, de mediana y larga distancia, necesita calcular rápidamente el precio de distintas cantidades de boletos, sobre todo cuando, durante las vacaciones, llegan muchos clientes juntos. Para ahorrar tiempo, y no tener que hacer la cuenta cada vez, se armó esta tabla para los pasajes que llegan al pueblo más cercano.

Número de pasajeros	2	3	5	7
Precio de los boletos	24	36	60	84

- a) *¿Cómo podría utilizar Manuel su tabla para calcular el valor de cuatro boletos? ¿Y si fueran seis? ¿Y si suben ocho personas juntas? ¿Y si fueran doce?*
- b) *¿Por qué se le habrá ocurrido poner éstas cantidades en su tabla?*

En este caso, las estrategias utilizadas permiten: calcular duplicando o triplicando valores establecidos o bien sumar, como en el caso 8 ó 12 personas $3 + 5$ para 8 y $5 + 7$ para 12.

Para obtener el de cuatro boletos puedo pensar en duplicar el de dos boletos y por lo tanto se duplicaría el precio, obteniendo $\$ 24 \cdot 2 = \$ 48$ ó pensarlo como que si sumo dos veces dos boletos implica sumar dos veces el precio y obtengo $\$ 24 + \$ 24 = \$ 48$. Otra forma podría ser restarle 1 boleto a 5 boletos implica restar sus precios $\$ 60 - \$ 12 = \$ 48$. Para realizar esta operación, es indispensable conocer el precio de un boleto, cuestión que no se pregunta en el problema pero resulta ser un valor interesante para los cálculos restantes.

En el caso de 8 boletos se puede hacer cuadruplicando el precio de 2 boletos $\$ 24 \cdot 4 = \$ 96$ ó duplicando el precio de 4 boletos $\$ 48 \cdot 2 = \$ 96$ (resultado que se puede recuperar del ítem anterior) ó sumar los precios correspondientes a 3 y 5 boletos $\$ 36 + \$ 60 = \$ 96$ (están en tabla) ó sumar los precios correspondientes a 1 y 7 boletos $\$ 12 + \$ 84 = \$ 96$ (uno en tabla y el otro no), son solo algunas de las posibles formas de resolverlo sin pasar por alguno de los “métodos tradicionales” nombrados mas arriba, pero que ponen en juego propiedades de la proporcionalidad.

La discusión que se abre sobre éstas u otras estrategias permiten avanzar sobre alguna de las propiedades de la proporcionalidad.

Por ejemplo:

Indica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa:

- a) *Para hacer una torta de manzana necesito 3 huevos, para hacer 3 tortas de manzana necesitare el triple.*
- b) *Para embaldosar dos aulas iguales, necesito 238 baldosas, para embaldosar solo una, necesito 119.*

- c) *Si al año Ema pesa 12 Kg, a los 10 años pesará 120 Kg*
- d) *Si con 24 baldosones cubro un piso de 3m por 2 m, con 48 baldosones cubro un piso de 6 m por 4 m.*

Discutir con los chicos estas afirmaciones tiene por objeto cuestionar las condiciones en las que se puede sostener una relación de proporcionalidad. No todo es proporcional y hay que tener argumentos para poder distinguirlos. Hay una tendencia fuerte en creer que todo responde a una relación de proporcionalidad, y se sorprende el alumno al verificar que no todos los enunciados la cumplen.

La apropiación de un saber matemático implica utilizarlo con diferentes representaciones.

Por ello, en 5º/6º año es conveniente plantear problemas de este tipo:

Para preparar un flan para 7 personas, Jimena usa una receta para 4 personas, en las que los ingredientes son 8 huevos, $\frac{1}{4}$ kg de azúcar y $\frac{1}{2}$ litro de leche. ¿Qué cantidades de cada ingrediente debe utilizar?

Este tipo de problemas propone el trabajo con una constante de proporcionalidad racional, lo que permite una nueva conceptualización de las propiedades de la proporcionalidad, dado que las operaciones que habrá que resolver serán entre racionales.

Se advierte que también se puede pensar de la siguiente manera: si la receta es para 4 y tengo que hacer para 7 puedo pensar en hacer para ocho, porque me aseguro tener suficiente cantidad de flan y estoy haciendo de más solo un poco. Es decir “es preferible pasarse y no quedarse corto” como suelen resolverse algunos problemas de la vida diaria, siendo un resultado coherente. Lo que no debe perderse de vista es que lo que no se puede perder es la proporcionalidad entre las cantidades.

El mismo problema con la restricción o no de trabajar con una constante de proporcionalidad racional se complejiza de manera radical. Mientras en uno la respuesta es “se necesitan 16 huevos, $\frac{1}{2}$ kg de azúcar y 1 litro de leche” en el otro es “se necesitan 14 huevos, $\frac{7}{16}$ kg de azúcar y $\frac{7}{8}$ litro de leche”.

Otra posibilidad es proponer problemas que vinculen la proporcionalidad con las escalas, reducción y ampliación de figuras. Por ejemplo:

Laura estuvo haciendo un plano para su departamento: un ambiente, cocina, baño, y un hall de entrada. Completar la siguiente tabla, sabiendo que con 1 cm, va a representar 1m (o sea una escala de 1cm/100cm)

		Medida real en m	Medida sobre el plano en cm
habitación	Largo	4	
	ancho	3,50	
baño	Lado	1,50	
cocina	Largo	3	
	ancho	2,50	
hall	Lado	1	

Después de hacer el dibujo se decidió por otra escala, cuando midió el baño en su dibujo el lado era de 3cm, ¿qué escala utilizó?

Este esquema representa un balcón terraza que decidió agregar a último momento, ¿qué medidas reales piensa que debe tener si utilizó como escala 1cm/1m?



En este problema se deben buscar tanto el valor de la escala utilizada como verdadero valor de la construcción. Además, se debe analizar el significado de las respectivas constantes de proporcionalidad, comparándolas en las situaciones presentadas.

La relación entre magnitudes del mismo tipo (por ejemplo metros y sus submúltiplos) implica un mayor nivel de dificultad para el alumno que cuando ésta está dada entre magnitudes de distinto orden (por ejemplo pasajeros y boletos).

Otro concepto enunciado anteriormente que aparece es el de ampliación y reducción de figuras según una condición dada, contenido que deberá ser retomado cuando en geometría se trabaje con la construcción de figuras.

El tratamiento con números decimales hace que nuevamente jueguen otras formas de representación, además que, dependiendo de las medidas elegidas se pueden originar decimales exactos o periódicos, según la intencionalidad del docente.

Es propio del segundo ciclo, entonces, ofrecer a los alumnos problemas que permitan a los alumnos reflexionar sobre las propiedades que se ponen en juego en los problemas de proporcionalidad y utilizarlas adecuadamente de acuerdo al repertorio de los números que intervengan.

En los diferentes problemas planteados en estas orientaciones, conviene la utilización de algunas propiedades de la proporcionalidad y no de otras. Es decir, es función del docente discutir con los alumnos cuál es el recorrido más pertinente para resolver el problema en cuestión.

Entonces, esta actividad de reflexión sobre los problemas planteados, tanto cualitativa como cuantitativamente permitirá a los alumnos avanzar sobre la construcción de este concepto.

Tercer ciclo

Primer año

- Reconocer y utilizar relaciones (escalas, cambios de unidades, ampliaciones y reducciones de figuras, velocidad, tiempo y espacio) directa e inversamente proporcionales, usando distintas representaciones (tablas, proporciones, constante de proporcionalidad) y distinguirlas de aquellas que no lo son;
- explicitar y analizar propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa (al doble el doble, a la suma la suma, constante de proporcionalidad) e inversa (al doble la mitad, constante de proporcionalidad);

- analizar la variación de perímetros y áreas en función de la variación de diferentes dimensiones de figuras;
- interpretar y producir tablas e interpretar gráficos cartesianos para relaciones entre magnitudes discretas y/o continuas.

Segundo año

- Interpretar relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas en diversos contextos (regularidades numéricas, proporcionalidad directa e inversa,...);
- representar e interpretar puntos y gráficas cartesianas de relaciones y en funciones sencillas basadas en la proporcionalidad directa, que vengan dadas a través de tablas e intercambiar información entre tablas y gráficas;
- lecturas directas de los gráficos, e inferencia de información a partir de ellas. Limitaciones de los gráficos para las representaciones de la realidad;
- modelizar (incluyendo en este proceso, tanto la elección de las variables como el rango de los valores que puedan tomar las mismas) variaciones uniformes y expresarlas eligiendo la representación más adecuada a la situación;
- explicitar y analizar propiedades de las funciones de proporcionalidad directa (variación uniforme, origen en el cero);
- diferenciación entre crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional;
- producir y comparar fórmulas para analizar las variaciones de perímetros, áreas y volúmenes, en función de la variación de las dimensiones de figuras y cuerpos.

Tercer año

- Interpretar gráficos y fórmulas que modelicen variaciones lineales y no lineales (incluyendo la función cuadrática) en función de la situación planteada;
- modelizar y analizar variaciones lineales expresadas mediante gráficos y/o fórmulas interpretando sus parámetros (la pendiente como cociente de incrementos y las intersecciones con los ejes);

- coordinar distintas formas de representación (gráfico, fórmula, tabla, descripción verbal);
- determinar la ecuación de una recta a partir de diferentes datos;
- vincular las relaciones entre rectas con las variaciones de sus parámetros;
- vincular en la recta numérica las soluciones de una ecuación lineal con una sola variable.

Es en este ciclo donde las situaciones planteadas en los anteriores deben complejizarse con el uso de magnitudes continuas y números reales, donde se exige establecer una correspondencia entre éstas magnitudes y los números que se utilizan, teniendo en cuenta la elección de las unidades de medida.

Por ejemplo:

Un motor consume en 4 horas 20 litros de combustible. Completar la tabla que relaciona el tiempo de marcha del motor con la cantidad de combustible que utiliza, sabiendo que el gasto de combustible por hora es siempre el mismo.

Se planteará con este ejemplo la posibilidad de jugar con cantidades que induzcan a un cálculo que implique un cambio de unidades o bien una equivalencia entre ellas. Por ejemplo:

Tiempo de funcionamiento (en horas)	4	8	2	10	20	24	5 litros por hora
Combustible que consume (en litros)	20	40	10	50	100	120	

Si bien las cantidades son continuas, el valor de la constante, es de 5 litros por hora, por lo que es lícito multiplicar por 5 el tiempo de funcionamiento.

¿Qué sucede si en lugar de expresar el tiempo de funcionamiento en horas se hace en minutos?

Tiempo de funcionamiento (en minutos)	60	120	30	1	1/12 litros por minuto
Combustible que consume (en litros)	5	10	2,5	1/12	

¿Qué sucede si en lugar de expresar el consumo de combustible en litros se hace en centilitros?

Tiempo de funcionamiento (en minutos)	60	120	30	1	25/3 centilitros por minuto
Combustible que consume (en centilitros)	500	1000	250	25/3	

Es posible observar que a partir de una tabla que permite aplicar los conocimientos previos que poseen los alumnos (como en el problema de los boletos) e intervienen magnitudes continuas que, al cambiar la unidad de medida, implican un análisis de la situación que amplía las propiedades ya conocidas y abre una nueva instancia de indagación, exigiendo el uso de otro repertorio numérico y otra significatividad del valor de la constante.

Uno de los saberes que aparece en los núcleos de aprendizaje prioritarios está vinculado con la ampliación y reducción de figuras.

Es posible plantear en el primer año de la escuela secundaria preguntas como las siguientes:

Si sacamos una fotocopia del plano de una habitación cuyo original mide 3 unidades de largo y dos unidades de ancho, con una reducción del 50%, ¿qué dimensiones se reducen a la mitad? ¿El largo? ¿El ancho? O ¿el área? ¿Por qué?

En este problema, además de trabajar el contenido de la proporcionalidad asociado a las escalas aparece una generalización sobre la condición de proporcionalidad con el área. Es muy posible que los alumnos afirmen que las tres dimensiones se “achiquen” al 50%, cuestión que deberá ser trabajada por el docente analizando la reducción de la figura.

Otra situación que puede ser planteada es la siguiente:

Entregar a los alumnos un mapa de la República Argentina en el que esté indicada la escala, y una fotocopia de una provincia aumentada al doble de sus longitudes de la dimensión anterior.

Pedirles que marquen en ella dos ciudades que estén aproximadamente a 100km una de otra. Luego, preguntarles lo que sigue y solicitarles que argumenten sus respuestas.

- *en la fotocopia, ¿a cuántos cm está una de otra?*
- *¿Y en el mapa de la República Argentina?*
- *¿Cuál sería la escala de la fotocopia?*
- *Si en el mapa de la provincia, en lugar de hacer el doble de sus longitudes hacemos el doble de su área, ¿cuál sería la distancia entre las ciudades?*

En este caso, los alumnos deberán reconocer la permanencia de la relación de proporcionalidad en las medidas lineales y la contradicción que surge al medir áreas.

Además, deben aplicar un conocimiento previo que, como ya se ha citado en párrafos anteriores, es considerado como necesario para la construcción de un conocimiento: para la conceptualización de un conocimiento matemático es indispensable recuperar el conocimiento anterior, de no ser así, al no haber una evolución, los conceptos aparecen aislados, fragmentados.

Es este el ciclo que admite proponer problemas como el siguiente:

*La bajada de bandera de un taxi cuesta \$1 y por cuadra el costo es de \$ 0,50.
¿Cuánto gasto si recorrí 30 cuadras? ¿Y 60 cuadras?*

Es posible encontrar como respuesta de los alumnos un procedimiento vinculado a la proporcionalidad:

1c----- \$ 0,50

30c.....0,50 x 30 =

Desconociendo la presencia de un valor constante (el de \$1 de la bajada de bandera)

Y donde el cálculo correspondiente es:

Gasto = \$1 + \$ 0,50 x cuadra, que pone en tela de juicio un hábito común en la escuela “si es a más más y a menos menos es de proporcionalidad directa”.

Otra forma para resolverlo deviene de la suma de los números involucrados en el enunciado. Se juntan el \$1 con el \$ 0,50 (ya que es dinero) y se concluye que se gasta \$1,50 por cuadra

30 cuadras \$ 45

60 cuadras \$ 90

Este procedimiento desconoce el significado de la bajada de bandera (como valor fijo en la situación) y recurre erróneamente al uso de la proporcionalidad.

¿Cómo muestro la diferencia entre la proporcionalidad directa y una expresión que combine una relación de proporcionalidad con una suma fija? ¿Las propiedades que se cumplen en la proporcionalidad, se cumplen para la que incorpora la suma fija? Si supongo que en ambos casos puedo trazar una recta, ¿qué diferencia hay entre ambas?

En esta instancia es frecuente ver en las aulas que se recurre rápidamente a la representación gráfica en los ejes cartesianos, sin embargo, los alumnos, al calcular y responder lo que el problema requiere no “sienten” la utilidad de la representación. Para ello habrá que generar situaciones en 8° ó 9° año que justifiquen su uso como elemento modelizador.

Es posible que, mediante la utilización de diferentes recursos, la representación de esta situación en el plano cartesiano derive en los estudios matemáticos vinculados a la ecuación de la recta, su representación y análisis de expresiones algebraicas acordes.

Por ejemplo:

En un video club se cobra un costo por el alquiler de una película por un día y un recargo fijo por cada día que se demora la devolución. A partir de los datos de la tabla:

<i>Días de recargo</i>	<i>Precio a abonar (pesos)</i>
3	5,20
6	8,50
8	10,70

a) *Encontrar el costo del alquiler por película y el recargo por día.*

b) *Encontrar la fórmula de la función “precio a abonar” en función de los días que se tiene en alquiler. Graficar la función*

c) *¿Cuál es la pendiente de esta función? ¿Qué representa en el problema?*

d) *¿Para qué valor de “y” el gráfico de la función corta al eje vertical (ordenada al origen)? ¿Qué representa en el problema?*

- e) *Marcela se olvidó de devolver una película, y cuando lo hizo le cobraron 19,50 pesos ¿Cuántos días la tuvo hasta devolverla?*
- f) *Mariano dice que él una vez se fue de vacaciones y olvidó devolver un video. Al volver hizo la cuenta de lo que tenía que pagar y resultó que debía abonar 45 pesos. ¿Estará bien el cálculo de Mariano? ¿Cuántos días habrá estado de vacaciones?*

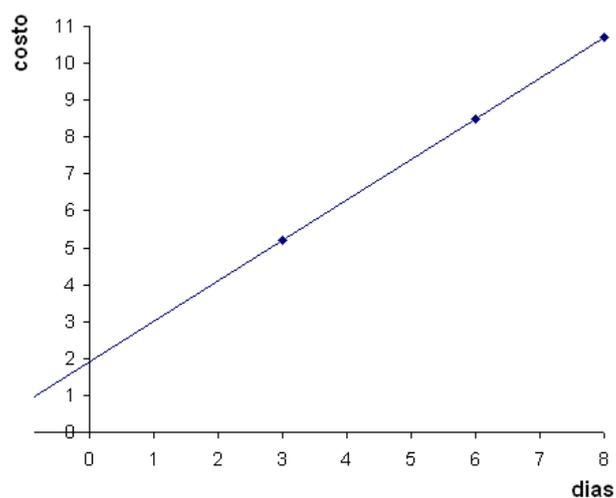
Analizaremos aquí como algunos de los saberes tratados en los años anteriores se vinculan con el problema. Por ejemplo:

- a) es posible que los alumnos, en una primera instancia traten de calcular el valor recurriendo “al doble de días el doble de precio”. Al verificar con los valores que están escritos, se advierte la diferencia entre el cálculo de los dobles y el precio real de la tabla. Es un análisis que va más allá de la lógica del sentido común, aparece algo que se contradice con la aplicación directa de una propiedad de la proporcionalidad. Este apartado ya previene un trabajo para los alumnos que pone en juego la interpelación de los saberes establecidos como “universales y valederos para todas las situaciones”. Otra posible forma de resolución podría ser la dividir a \$ 5,20 por tres (días) lo que genera el número 1,733333... intentando encontrar el costo por película, valor que es descartado (por sus cifras infinitas) o redondeado a 1,75 (por nuestro sistema de dinero). Procedimiento que pierde de vista que en \$ 5,20 hay un valor fijo y otro variable.
- b) En este apartado del problema es posible que los estudiantes traten, en primera instancia manejarse con números. La expresión simbólica que generaliza la situación no es espontánea. Deberá el docente tensionar para que surja el planteo de una forma de escritura algebraica, para lo que se deberá haber recorrido previamente un camino de construcción de significatividad.
- c) y d) Aparece con esta opción la vinculación entre diferentes representaciones de una misma situación: gráfica, coloquial, por tabla, algebraica, numérica.

Duval afirma que un saber es apropiado por el aprendiz cuando éste es capaz de pasar al menos por dos representaciones diferentes en una misma situación. La complejidad del pasaje por las distintas formas de representación implica un trabajo arduo y

meticuloso para cada una de ellas. En realidad, es frecuente observar en el ámbito escolar el rápido pasaje de una a otra “como por imposición”, sin tener en cuenta las dificultades que cada una posee y en particular, la necesidad del uso de una u otra.

Supongamos que logra hacer el siguiente gráfico, desconociendo si en la representación corresponde colocar puntos (cantidad discreta) o representar la situación mediante una recta (cantidad continua). Se puede observar que están volcados los valores de la tabla, pero bien:



¿Para que le sirve haber hecho el gráfico? ¿Puede extraer respuestas al problema a partir de él? Perceptivamente podrá deducir que hay un “2” en juego ó un número cercano a él (ordenada al origen) ¿Sirve este supuesto 2 para trabajar en el problema?

Existe una tendencia en los alumnos a usar los números lo más “redondos” posible, por eso, es probable que decida que 2 es un número que representa un valor en el problema, suponiendo, incluso que el desplazamiento de la gráfica, se deba a una imprecisión de su trazado.

Es decir, para poder responder a este ítem, el alumno deberá haber hecho un trabajo previo con gráficos cartesianos, interpretación de los mismos, ubicación de puntos, reconocimiento si la representación admite solo puntos o un continuo.

Además, ya estará analizada la problemática de la recta, su fórmula cuando es representación de una función de proporcionalidad o no, el análisis del coeficiente (valor numérico y signo), el valor de la ordenada al origen si lo hay, y su influencia en el comportamiento de la misma.

También estará establecida la vinculación entre “la inclinación de la recta”, el coeficiente, los valores angulares de la tangente y los cocientes de los lados del triángulo que queda determinado por su trazado.

e) y f) Si el alumno está convencido que ésta es una relación de proporcionalidad directa, buscará “por regla de tres” el valor que le corresponde al monto asignado.

En el caso que por los resultados obtenidos, tanto en forma gráfica, de cálculo o fórmula, reflexione sobre el planteo de una expresión que le permita calcular los días de recargo, estará intentando la escritura de una ecuación con una incógnita. Es esta una instancia adecuada para poner en discusión con los alumnos la relación y diferencia entre una fórmula funcional, una expresión algebraica y una ecuación.

Otra posibilidad es el cálculo a partir de la gráfica, obteniendo en ese caso, valores poco precisos, que dependerán de la “prolijidad” del dibujo.

A modo de cierre:

Es posible rescatar en este recorrido, las cuestiones referidas a la proporcionalidad que se repiten en el transcurso de los diferentes años, ciclos y niveles de la escolaridad.

Entonces, es significativo para que un alumno progrese en la construcción de un conocimiento:

- la recuperación, utilización e insuficiencia de los saberes previos;
- la recuperación y puesta en escena de los procedimientos que hacen otros, mediante una puesta en común en el aula;
- la necesidad de búsqueda de vocabulario adecuado y una secuencia de explicación cuando se quiere relatar el propio procedimiento empleado para resolver un problema;
- el reconocimiento de que el error está presente en todo proceso de aprendizaje.

Sobre estos aspectos es necesario realizar un intenso trabajo de intervención docente, donde se decidirá con los alumnos cuál es el procedimiento más económico o más adecuado para la situación planteada; se discutirá sobre los resultados o procedimientos incorrectos y el motivo del error.

En este caso, la proporcionalidad exige a los alumnos recurrir a distintas formas de representación. Estas deberán ser exhaustivas y ofrecer la posibilidad del pasaje de una a otra. Recurriendo a Duval, se reconoce un saber matemático como apropiado (en

el sentido de apropiación) si este es posible de ser expresado al menos en dos formas distintas de representación.

Este ejercicio permitirá que el alumno no confunda el concepto con la representación, y o la técnica y al mismo tiempo, que seleccione la representación más adecuada para cada situación.

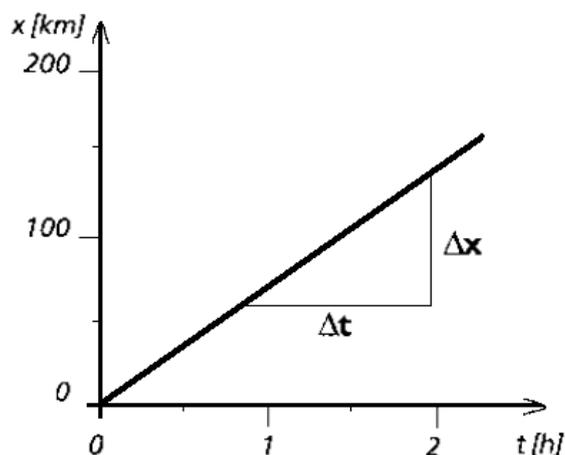
Un ejemplo del uso de la modelización

Párrafos tomados de un texto de Física¹³ para tercer o cuarto año de la escuela media.

“Supongamos que un tren se desplaza a velocidad constante sobre una vía recta. Podemos representar todas las posiciones del tren en cada uno de todos los instantes de un intervalo de tiempo dado mediante una figura que se llama gráfica (en este caso la gráfica: posición-tiempo).

Se trazan dos rectas perpendiculares llamadas ejes; es costumbre representar al tiempo en el horizontal, y en el vertical se representa la distancia que hay entre el tren y el punto de la vía que se elige como cero. La intersección de ambos ejes se denomina generalmente, origen (aunque no es obligatorio que el origen del tiempo coincida con el de las distancias).

El movimiento del tren resulta representado por una recta inclinada. Cada punto de la recta corresponde a un tiempo y a una distancia (aquella a la que se encuentra el móvil en ese instante)”.



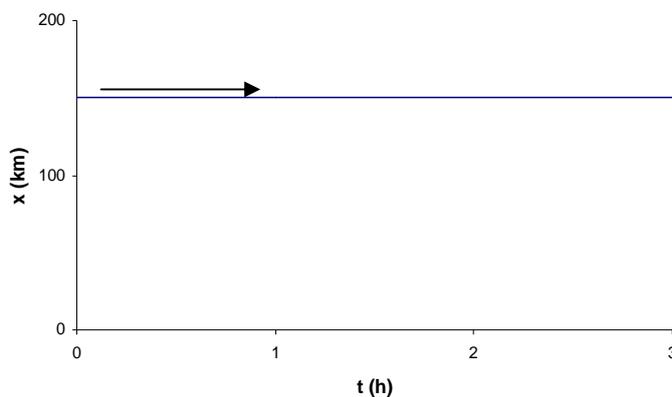
Si se toma un tramo cualquiera de la recta que representa el movimiento uniforme en el gráfico, y se lo usa como hipotenusa de un triángulo rectángulo, el cociente entre el cateto vertical y el horizontal da el valor de la velocidad. Ese cociente es conocido como la pendiente de la recta.

¹³ Extraído de: Física 1 Mecánica. Ondas y Calor - A. Rela-J.Sztrajman - Ed. Aique

Si el alumno no tiene argumentos para extrapolar lo que le está diciendo el texto y vincularlo “con algo que ya sabe” es difícil que pueda apropiarse del saber en cuestión.

Tomando el primer párrafo, es posible que un alumno que no vincule su saber matemático con el problema planteado, reflexione así:

Profe: ese grafico que ud. hizo esta “mal” tiene que ser así (ver gráfico) porque va sobre una vía recta. ¡El que ud. muestra parece que el tren va subiendo!



¿Qué argumentos puede usar el docente para intervenir en éstos falsos supuestos o en la dificultad de interpretación del hermético texto?

Las herramientas matemáticas, pueden ir en salvataje de ciertos errores. En este caso, si el alumno entiende que el valor de la pendiente de la recta está dado por el número que acompaña al término independiente y que es el resultado del cociente entre los catetos del triángulo rectángulo (¡no poca cosa!) la interpretación del texto de Física sería menos traumático e ininteligible.

Si en el espacio de matemática se caracterizó a los fenómenos lineales mediante diferentes problemas -algunos con crecimiento uniforme y otros no- para llegar, en el momento de expresar las representaciones gráficas mediante fórmulas del tipo, $f(x)=a \cdot x+b$, donde a y b son dos números reales cualesquiera e interpretar estos parámetros en función del contexto, decidiendo la significatividad de cada término y las variaciones que se producen en la fórmula al alterar alguno de los datos, es posible que se interprete el texto anterior.

El énfasis deberá estar puesto en dos aspectos: la fórmula permite “resumir” la situación, representarla y obtener una determinada cantidad de valores. Además, para

cada representación hay un tipo de magnitudes, y si las magnitudes cambian, también cambiaría la fórmula y, probablemente, el repertorio de pares para la representación.

Si el problema planteado es de proporcionalidad, el docente trabajará con magnitudes del mismo tipo (como en el caso de las escalas) o no; calculará constantes, elementos del dominio o de la imagen, proponiendo el gráfico como una herramienta necesaria para la solución. En este caso, el gráfico se constituirá en un elemento de estudio en sí mismo.

Si en la clase de matemática el docente “presentó” la ecuación de la recta y su vínculo con la función lineal como: $y=a.x+b$, poco puede aportar y transformarse en una situación matemática modelizadora para ser descontextualizada.

Cuando el chico hace física, ¿alcanza a advertir que esta haciendo algo de matemática?, ¿Lo que se hace en física no tiene nada que ver con lo que se hace o ha hecho en matemática?

Las palabras hipotenusa, triángulo rectángulo, cociente, pendiente, rectas perpendiculares, ejes, suenan a algo de la matemática, ¿qué hacen en la física ahora?.

¿Es capaz la matemática de producir modelos¹⁴ que sean instrumentos de otras áreas?

Dejamos abierta la pregunta para la reflexión sobre los párrafos que inician este documento: ¿cuál es la razón de la presencia de la matemática en la escuela secundaria?

Con esta forma de “hacer matemática en la escuela” es posible suponer que un alumno se apropió de un concepto matemático si es capaz de reconocer:

- el repertorio de problemas que resuelve;
- las distintas formas de representación que admite;
- las propiedades que se ponen en juego;
- las técnicas de resolución más adecuadas para cada caso;

¹⁴ El término “modelo” no es utilizado en el sentido más difundido del mismo, como algo a imitar o a seguir, sino como una forma particular de representar la realidad.

- el vínculo con otros conceptos matemáticos.

Lo enunciado se logra si cada uno de los que tienen la responsabilidad de impartir enseñanza en un determinado año de la escolaridad, recurren a los saberes previos que los alumnos poseen, respetan los procedimientos que ellos utilizan para resolver las situaciones propuestas y convierten cada clase en una situación de construcción de conocimiento matemático válido.

MESA DE VALIDACIÓN

Docentes participantes en las mesas de validación curricular para el Ciclo Básico de la Educación Secundaria, realizadas en la ciudad de Santa Rosa entre los meses de octubre de 2008 y noviembre de 2009.

Acri, Judit Raquel	Bonjour, Patricia Clara
Aimar, Sergio	Bosco, Ernesto Alfredo
Alazia, Alberto Adrián	Bossie, Virginia Luisa
Alberti, Graciela Mabel	Botta Gioda, Rosana Gabriela
Alcaraz, M. de las Mercedes	Braun, Estela Nélide
Ale, Adriana Hebe	Braun, Luciano Ariel
Alvarez, Emilce	Brost, Noelia
Alvarez, Mónica Adriana	Burke, Elsa Graciela
Alvarez, Susana	Bustillo, María Rita
Andreoli, Nora	Cabral, Vanesa Beatriz
Anerot, Corina D.	Cajigal Cánepa, Ivana
Angelicci, Marta	Calderón, Claudia Edith
Arcuri, Ilda Amalia	Campo, María
Arcuri, Ricardo Andrés	Campo, Mario
Arcuri, Susana Cristina	Canderle, Luis
Arroyo, María Elisa	Cantera, Carmen
Arturo, Jorge	Carini, Marcela
Asquini, Silvina Paula	Carola, María Eugenia
Ataún, María Marcela	Carral, María Fernanda
Baiardi, Eliana Elisabet	Castro, Silvia Noemí
Balardo, Mariela Evangelina	Cazenave, M. Lucía
Balduzzi, Noemí	Cervellini, M. Inés
Baraybar, María Alejandra	Cheme Arriaga, Romina
Barón, Griselda Nancy	Cilario, Daniel
Barreix, Sonia Matilde	Citizenmaier, Fanny Cristina
Battaglia Lorda, María A.	Ciufetti, Gladys
Baumann, Luciana	Claverie, María Bibiana
Bazán, María Rosa	Córdoba, Raquel
Bazán, Paola Edit	Corignoni, Marina
Bejar, Liliana Edit	Cornelis, Stella Maris
Belliardo, Pedro	Corral, Griselda
Beneítez, Cintia	Costianovsky, María Laura
Benito, Marta Irene	D´Ambrosio, Darío Héctor
Berón, Paula	Decarli, Luis Roberto
Bertone, Pablo	Di Franco, Pablo Marcelo
Bessoni, Verónica	Díaz, Laura Gabriela
Bistolfi, Selva	Dietrich, Paula Andrea
Blanco, Ricardo Demetrio	Dima, Gilda Noemí
Boidi, Gabriela	Domke, Silvia Raquel
Bollo, Horacio	Dos Santos Sismeiro, Adriana E

Duarte, Verónica
Eberle, Verónica A.
Echeverría, Luis Alberto
Escobar, María Daniela
Escudero, María Marcela
Favre, Cecilia Luján
Fayard, Patricia Adriana
Feliú, Pablo Aníbal
Fernández, Graciela
Fernández, José María
Fernández, Norma Analía
Ferrari, Bibiana
Ferrari, Gabriela Fabiana
Ferreya, Nora Claudia
Feuerschvenger, Marcela Claudia
Fiandrino, Esteban
Fontana, Silvia Mariana
Fornerón, Lorena
Forte, María Julia
Funes, Lorena
Gaiara, María Cristina
Galletti, Mariana Cecilia
Gallo, Matías Daniel
Galotti, Lucía Dina
Gandrup, Beatriz
Garayo, Adriana Beatriz
García Boreste, Karina
García Cachau, Mariela
García Pérez, María Paula
García, Alicia Edith
García, Daniela
García, Leticia Nora
García, Patricia
Garciaarena, M. Paula
Gareis, Daniela Gabriela
Gebel, Elba Ivana
Giacomelli, Osvaldo
Gioia, Estela
Giorgis, Alberto
Gismondi, Miriam Patricia
Giuliano, Griselda Noemí
Gómez, Alicia Elba
Gondean, Angélica
González, Adriana
González, Dora
González, Guillermo
Gonzalez, Marcela
González, María Silvina
González, Stella
González, Susana Mercedes
Greco, Graciela Laura
Gugliara, Rosana
Hernandez, M. de los Angeles
Herner, María Teresa
Herrera, Ana
Herrera, Ana Isabel
Hierro, María Silvina
Hilgert, Analía
Hormaeche, Lisandro David
Huss, Dardo
Ibáñez, María Gabriela
Iglesias, Griselda Beatriz
Iuliano, Carmen
Jeaton, Verónica Mariana
Jure, Marta
Krivzou, Fabio Alejandro
Kruzliac, Lucía Azucena
Lafitte, Elizabet María
Lambrecht, Carmen Edit
Lara, Celia Natalia
Lasa, Patricia Marcela
Leduc, Stella Maris
Leinecker, Mirtha
Leturia, Leandra María
Lher, Elsa Verónica
Lodeiro, María Cristina
López, Ángela Rosaura
López, Enrique A.
Machado, Susana Beatriz
Machicote, Silvia Beatriz
Mansilla, Verónica
Marchant, Jorgelina
Marinangelis, María Daniela
Marsal, Mónica Lilian
Martín, Elina
Martinengo, María Juana
Maxenti, Diana
Mazzuchelli, Nidia Hebe
Médici, Ana Livia
Melich, Analía Ester
Mesuraca, Vanesa
Moiraghi, Fernando

Molinelli, Edelma Lilian
Monge, María Pía
Montserrat, Liliana
Montone, Ana María
Morales, José Pablo
Moslares, M. Angélica
Moyano, Valeria Elisabet
Mulatero, Leandro
Muñoz, Laura María
Nin, María Cristina
Nosei, María Cristina
Olivi, Susana Mabel
Olivito, Susana
Ortiz, Marcela
Pérez, Guillermo César
Perlo, Rosana Carina
Perrota, Teresa
Ponce, María Estela
Pordomingo, Analía
Pregno, Griselda Raquel
Quinteros, Mónica
Quirán, Estela
Raiburn, Valeria Lorena
Ramborger, Marisa
Ramos, Cristina Silvia
Rath, Natalia Romina
Reynoso, Savio
Rinaudi, Carina
Rivas, Nelly Mabel
Rocha, Alejandra
Rodríguez, Lorenzo
Roig, Norma Beatriz
Rojas, Daniela Teresa
Rollan, María Concepción
Román, Ricardo
Rosso, Cecilia Celeste
Rueda, María Elsa
Rueda, Roxana Elizabeth
Sad, Nancy Edith
Salim, Mariángeles
Salim, Rosana
Sanchez, Graciela
Sánchez, Norberto Aníbal
Sancho, Gerardo Norberto
Santillán, Alicia Julia
Satragno, Vanesa
Sastre, Matías Andrés
Sauré, Agustina
Scarimbolo, María Daniela
Serenó, Abel Domingo
Serjan, Adriana
Serrano, Gustavo Daniel
Sierra, Carolina
Silieta, Marta
Sombra, Sandra Mónica
Somovilla, María Marta
Sosa, Facundo
Standinger, Silvia
Standingo, Silvia
Suárez, Marina Anabel
Tabbia, Griselda
Taboada, Fernando
Tabuada, Fernanda
Taja, Myriam
Tassone, María Elena
Thomas, Lucía
Torres, Verónica
Trivigno, Julio
Ullian, A. Laura
Valderrey, Hugo
Valentini, Eduardo Ángel
Varela, Liliana Olinda
Vazquez, Gabriela
Vermeulen, Silvia Teresa
Vesprini, Silvina
Vidoret, Estela Elsa
Villalba, Silvio Daniel
Vota, María del Carmen
Wiggenhauser, Carlos
Zambruno, Marta
Zanín, Pablo Alberto
Zanoli, Paula Beatriz
Zeballos, Fabio
Ziaurriz, Gimena
Zickert, Miguel
Zorzi, Hugo Néstor
Zuazo, Marcela Viviana
Zubeldía, Jorge

Ministerio de Cultura y Educación

Subsecretaría de Coordinación

Dirección General de Evaluación y Control de Gestión

Área Desarrollo Curricular

C.I.C.E. (Documentos portables, Publicación Web y CD-ROM)

Diseño Gráfico (Diseño de portada)

Subsecretaría de Educación

Dirección General de Educación Polimodal y Superior

Equipo Técnico

Santa Rosa - La Pampa

Noviembre de 2009

www.lapampa.edu.ar - www.lapampa.gov.ar